電子回路論 レポート問題

勝本信吾
東京大学理学部・理学系研究科 (物性研究所)

2015 年 1 月 26 日

以下の 6 問 (2015.1.25 現在．あと 1 問付け加える予定です．) の内から，3 問を選んで答えなさい．なお，3 問以上答えてくれた場合は，点数の良い方からこちらで 3 問を選んで採点します．

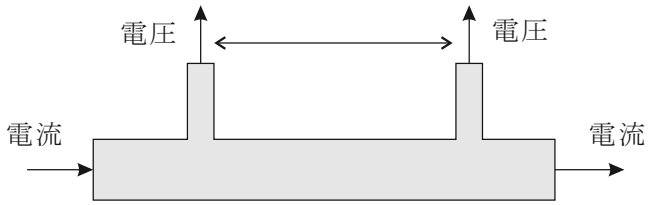
提出は，web upload(専用サイトからお願いします)，メール添付 (ファイル大きさが 5MB を超えないようにお願いします．もし超える場合は，dropbox 等のリンク添付をお願いします．format は pdf 推奨．jpeg，MSWord 形式ならたぶん読めます)，学内便送付 (物性研究所，勝本宛で届きます)，教務のレポート受付のいずれでも結構です．締め切りは 2/6 です．余り時間がなくて申し訳ないですが，これ以上遅くなるとこちらが採点の締め切りに間に合わなくなってしまいますので，期限を守ってください．

1　OP アンプ回路

次のような回路部品がある．

- 高精度 OP アンプ ・・・　4 個
- 定電圧ダイオード (逆方向に電圧を印加するとツェナートンネルにより一定電圧を発生する)　2.5V ・・・　1 個

これらを使って，低温で試料の電気抵抗を測定するための回路を構成しなさい．試料は下の図のように，電流端子，電圧端子が別に出た構造をしている．



ただし，

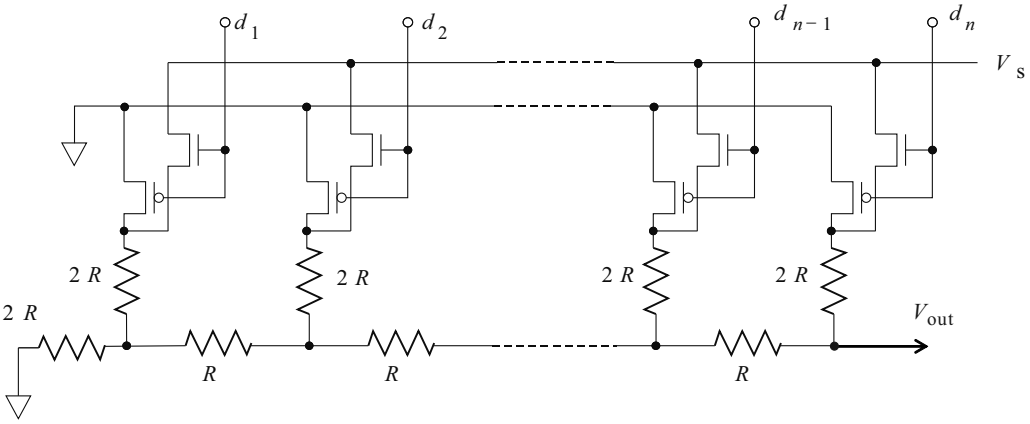
1. 抵抗，キャパシタ，インダクタの類の受動素子は適当に追加してよい．
2. OP アンプの電源を供給するためのトラッキング電源は準備されているものとする．
3. 測定抵抗の範囲は 100Ω〜10kΩ で，接触抵抗を含めて 50kΩ 以内である．
4. OP アンプのオフセット電圧，バイアス電流は無視できるとする．従ってオフセット調整回路を入れる必要はない．発振止め等の周辺回路も不要とする．

方針として，(a) 定電流回路を作る，(b) 電圧端子に出てくる電圧を作動増幅器で取る，(c) 電圧端子にはできる限り電流を流さないため，高入力インピダンス増幅器を用いる，(d) 以上から，定電流回路と作動増幅器回路は (試料部分を除けば) 別回路となる (レポートには両方の回路を記してください)，を推奨します．

2　DA 変換回路

2.1　抵抗ラダー型回路

次の図のような抵抗ラダー型 DA 変換回路を考える．講義で扱ったものと端の処理だけが違っている．この回路に 2 進数 $\{d_k\}$ $(k = 1, \cdots, n)$ (d_k は 0 または 1 で 2 進数の各桁を表す) が入力されたとき，出力電圧 V_{out} を求めよ．V_{out} は，高入力インピダンスアンプで受けるものとする．



2.2　電流加算型回路

手元に，$\{R_0/2^k\}$ $(k = 0, \cdots, n)$ の抵抗値列を持つ抵抗，抵抗値 R_{f} の抵抗，OP アンプ，電圧 V_{S} の標準電源，$n+1$ 個の n チャネル MOS スイッチ，同じく $n+1$ 個の p チャネル MOS スイッチがある．これらを使って，2 進数 $\{d_k\}$ が入力された時に

$$V_{\mathrm{out}} = -V_{\mathrm{S}} \frac{R_{\mathrm{f}}}{R_0} \sum_{k=0}^{n} d_k 2^k$$

を出力する DA 変換回路を考えなさい．

2.3　電荷再配分型回路

2.2 と同様，手元に，$\{2^k C_0\}$ $(k = 0, \cdots, n)$ の抵抗値列を持つキャパシタ，電圧 V_{S} の標準電源，$n+1$ 個の n チャネル MOS スイッチ，同じく $n+1$ 個の p チャネル MOS スイッチがある．これらを使って，2 進数 $\{d_k\}$ が入力された時に

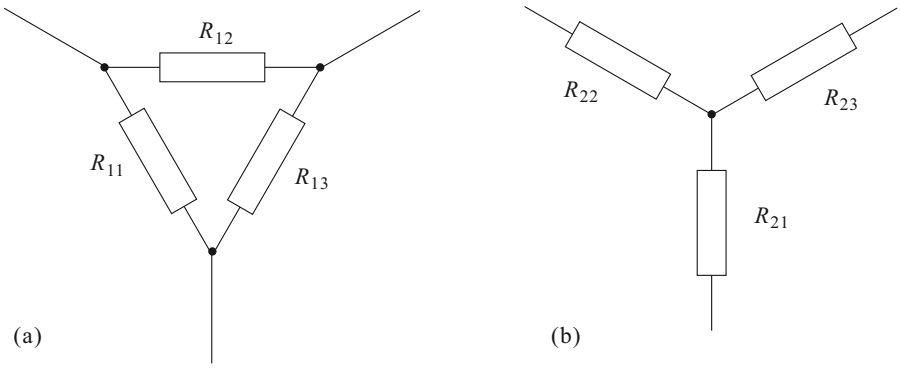
$$V_{\mathrm{out}} = \frac{V_{\mathrm{S}}}{2^{n+1} - 1} \sum_{k=0}^{n} d_k 2^k$$

という出力が得られるような DA 変換回路を考えなさい．ただし，出力は入力インピダンスが高くバイアス電流が無視できるような増幅器で受けることとする．

3　回路網

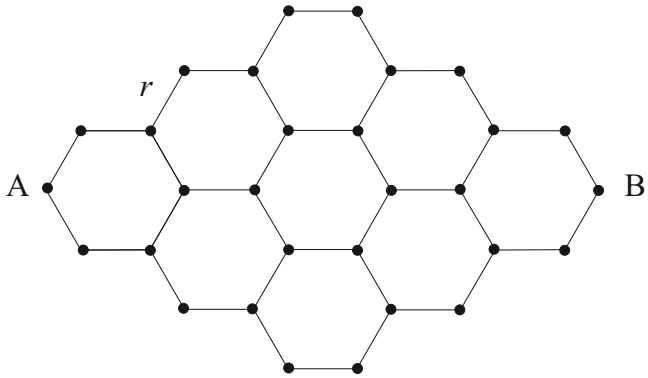
3.1　Δ-Y 結線網

(a) のような Δ 結線網と，(b) のような Y 結線網とが外部に対して全く等価になるためには，R_{ij} の間にどのような関係があればよいか．



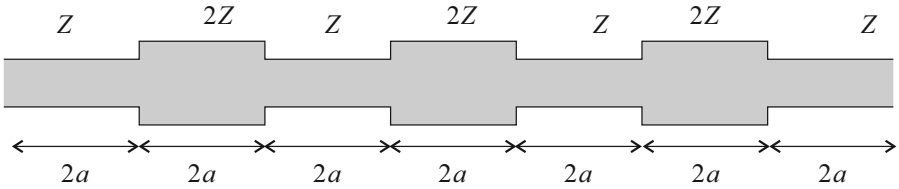
3.2 煉瓦型抵抗網

右図のようにすべて同じ抵抗値 r の抵抗で対称な蜂の巣状格子を作ると，A-B 間の電気抵抗はいくらになるか.

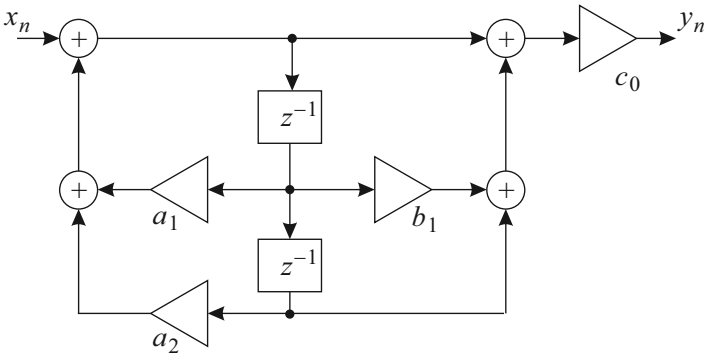


4 分布定数回路

特性インピダンス Z で長さ $2a$ の伝送線と，特性インピダンス $2Z$ でやはり長さ $2a$ の伝送線とが交互に無限につながっているとする．波動の伝播速度 v もこれら 2 種類で同じとする．透過周波数特性を調べよ.



5 ディジタル・フィルター



$$a_1 = 2\exp(-\pi g_0 \tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$$
$$a_2 = -\exp(-2\pi g_0 \tau)$$
$$b_1 = -2\cos(2\pi f_0 \tau)$$
$$c_0 = \frac{1 - a_1 - a_2}{2 + b_1}$$

1. 上のブロックダイアグラムから，出力 y_n を入力 x_n で表す関数式を示せ.
2. 係数 a_1，a_2，c_0 が右上のような関係を満たすとき，このフィルターはどのような周波数特性を示すか．ただし，$g_0 < f_0 < f_s/2$ (サンプリング周波数) を満たすとする．($20g_0 = 10f_0 = f_s$ としてグラフを描いてみよ．)

6　整合フィルター

雑音を含んだ入力を通すことで信号対雑音比 (S/N 比) を可能な限り大きくするフィルターを考える．

確率変数 $x(t)$ のパワースペクトル $P(\omega)$ を

$$P(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{2\pi}{T} \overline{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2}$$

と定義する．ここでは，(第 5 章のノーテーションに従い) $\overline{\cdots}$ はアンサンブル平均を意味する．パーセヴァルの等式より

$$\overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) d\omega.$$

である．

6.1 線形応答系の伝達関数を $\Xi(i\omega)$ として，入力のパワースペクトルを $P_i(i\omega)$，出力のパワースペクトルを $P_o(i\omega)$ とすると，

$$P_o(i\omega) = |\Xi(\omega)|^2 P_i(\omega)$$

となることを示しなさい．

6.2 入力が信号 $s_{\mathrm{i}}(t)$ と雑音 $n_{\mathrm{i}}(t)$ との和で書かれている時，それぞれのフーリエスペクトルを $S_{\mathrm{i}}(i\omega)$，$N_{\mathrm{i}}(i\omega)$ と書く．出力の S/N 比を，信号成分 $s_{\mathrm{o}}(t)$，雑音成分 $n_{\mathrm{o}}(t)$ とおいて，

$$\mathrm{SNR} = \frac{s_{\mathrm{o}}(t)^2}{\overline{n_{\mathrm{o}}(t)^2}}$$

とする．これを時刻 t_{d} に最大化する伝達関数 (すなわち，フィルターの伝達関数) は k をゼロでない適当な実数として

$$\Xi(i\omega) = k \frac{S_{\mathrm{i}}^*(i\omega)}{N_{\mathrm{i}}(i\omega)} e^{-i\omega t_{\mathrm{d}}}$$

で与えられることを示しなさい．

(ヒント)

(a) 最初に述べたことと，**6.1** で示したことから，SNR を S_{i}，N_{i}，$\Xi(i\omega)$ で表そう．

(b) 上で求めた SNR に対して，Schwartz の不等式

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} A(\zeta) B(\zeta) d\zeta \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |A(\zeta)|^2 d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} |B(\zeta)|^2 d\zeta$$

を適用しよう．ここで，等号成立条件は $B(\zeta) = kA^*(\zeta)$，k はゼロでない任意の実数である．ただし，**6.2** に適用する際には，右辺が $\Xi(i\omega)$ によらない量になるように注意する必要がある．このためには，分母分子の $\Xi(i\omega)$ に依存する項が等しくなって割り切れるようにちょっとした細工をする．すると，題意の分母の N_{i} が自然に現れるはずである．

7　離散フーリエ変換

コンピュータを使用してデータを解析するのが得意な方向けの問題です．

http://kats.issp.u-tokyo.ac.jp/kats/electroniccircuit/report/reportdata.txt

に，4096 点のデータが入っている．各行に x $f(x)$ という形で納められており，セパレーターは TAB 記号 (ASCII 番号 9 番) である．

このデータは，ある特定の周波数で励起した出力を取ったもので，信号は特定の周波数成分で応答する．ただし，その振幅は完全に一定とは限らない．

7.1 離散フーリエ変換 (現実的には高速フーリエ変換，FFT をかけることになると思われる) を施し，パワースペクトルの主ピークから信号の周波数を特定せよ．

7.2 特定の窓 (幅 256 点程度が適当) を使って部分的にフーリエ変換を施し，**7.2** で求めた周波数に最も近い周波数成分振幅を求める．窓の位置を x が小さい位置から 100 点刻み程度に動かし，各点での振幅を窓位置に対してプロットせよ．

以上 2 問は，解答のみ記せばよい．プログラム等を示す必要はない．