

物理屋のための電子回路論 第6回

勝本信吾

東京大学理学部・理学系研究科 (物性研究所)

2015年11月19日

3.3 受動素子回路の過渡応答

これまで数多く見てきたように、伝達関数を $\Xi(i\omega)$ 、入力を $u(t)$ として、 $U(i\omega) = \mathcal{F}\{u(t)\}$ と書くと、出力 $w(t)$ は

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Xi(i\omega) U(i\omega) e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (3.58)$$

であり、これを数値的に解くことが過渡応答の直接解法である。

3.3.1 エネルギー貯留素子数による回路の分類

過渡応答を議論する際に、エネルギー溜めの数による分類が良く行われる。線形回路素子では、電気エネルギーを貯留するキャパシタ、磁気エネルギーを貯留するインダクタ (まとめてリアクタンス素子) が存在したが、これらが1個ある回路を単エネルギー回路、2個以上ある回路を複エネルギー回路とする。ただし、並列キャパシタのように、1つの貯留素子にまとめてしまえるものは複数素子とはしない。

これは、伝達関数の極が単数か複数かの違いである。複数存在する場合、共鳴・振動現象が生じる可能性がある。共鳴点ではエネルギー貯留回路間でエネルギーのやり取りが生じ、リアクタンス成分が消失するので、貯留素子 (回路) が複数なければならないことは容易に理解される。

単エネルギー貯留回路の伝達関数は一般に極の数は1以下であり、代表的には周波数 s 側に適当な係数を導入することで

$$\Xi(s) = \frac{1}{1 + s/s_0} \quad (3.59)$$

の形に書くことができる。最も簡単な例として図 3.13(a) の CR ローパスフィルターでは、 $\omega_0 \equiv 1/CR$ とすると、 $s = i\omega$ に対する伝達関数は、(3.59) の形となる。

複エネルギー貯留回路の代表は、図 3.13(b) の共鳴回路である。すでに式 (2.25) に示したように、この回路の伝達

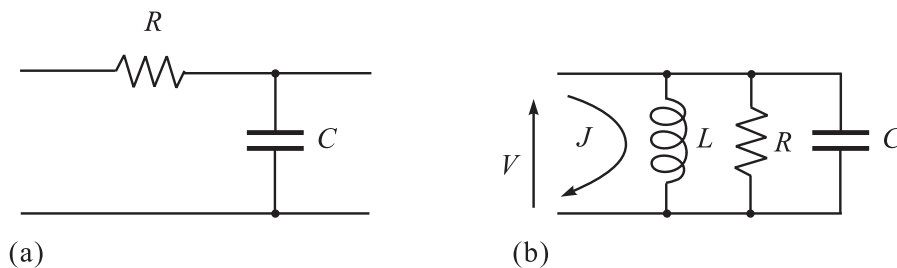


図 3.13 (a) 単エネルギー貯留 (キャパシタ C) 回路. CR ローパスフィルター. (b) 複エネルギー貯留 (キャパシタ C , インダクタ L) 回路. CRL 並列共鳴回路. この場合電流 J に対する電圧応答 V を見る.

関数は

$$\Xi(s) = \frac{1}{b + s + as^{-1}} \quad (3.60)$$

という形に書くことができる。

3.3.2 階段関数に対する応答

例として、 $t = 0$ で電圧 V_{in} が 0 から有限値に立ち上がる、階段関数的な入力があった場合を考えよう。Heaviside 関数 $H(t) = 0 (t < 0)$, $1/2 (t = 0)$, $1 (t > 0)$ を考えると、 $H(t)$ のフーリエ変換 $\mathcal{F}\{H\} = \mathcal{H}(i\omega)$ は、良く知られているように [1]

$$\mathcal{H}(i\omega) = \frac{1}{i\omega} + \pi\delta(\omega) \quad (3.61)$$

である。

まず、単エネルギー貯留回路で見てみよう。図 3.13(a) の回路は過渡応答を見るうえでも最も簡単といえるものである。 $t = 0$ で V_0 の階段関数電圧が入力したとすると、 R を流れる電流は、出力電圧を V として $(V_0 - V)/R$ であり、これが C に流れ込んで $Q/C = V$ となるから、 V に関する微分方程式は

$$C \frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V}{R} \quad (3.62)$$

となり、 $t = 0$ で $V = 0$ という条件から、直ちに次の V の表式が得られる。

$$V = V_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{CR}\right) \right]. \quad (3.63)$$

最も簡単な例ではあったが、複雑な場合であっても結局は常微分方程式を解けば良い、ということはわかる。同じことを (3.58) のように扱う方法でやってみよう。(3.59) で、振動数 $\omega (s = i\omega)$ を $\omega_0 = (CR)^{-1}$ で測りなおすことにすると、 $\Xi(i\omega) = (1 + i\omega)^{-1}$ である。これと、(3.61) より、(3.58) の $w(t)$ は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + i\omega} \left[\frac{1}{i\omega} + \pi\delta(\omega) \right] e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{(i - \omega)\omega} \frac{d\omega}{2\pi} + \frac{1}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega t}}{i - \omega} \frac{d\omega}{2\pi i} + \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{i\omega} + \pi\delta(\omega) \right] e^{i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi}$$

のようになる。第 1 項は複素平面の上半面を回る積分路を考えて留数を取ることで、 $-e^{-t}$ となる。一方第 2 項は (3.61) の逆フーリエ変換の形になっているので、階段関数を与える。

結局、これらの和は

$$w(t) = -e^{-t} + H(t) \quad (3.64)$$

となる。今振動数を $\omega_0 = (CR)^{-1}$ で測っており、これはすなわち t を CR で測っていることになる。また、入力階段関数 $u(t)$ の高さを 1 としているので、 $t \rightarrow t/CR$ として全体の過渡応答の振幅を V_0 倍し、因果律より $t < 0$ の応答を 0 とすると、(3.63) と同じ答が得られていることがわかる。

以上の例は大変簡単なため、ご利益が不明かもしれないが、特に問題が複雑になった場合に適当に問題設定して微分方程式を解く、ということを経ずに、半自動的に一方向的な計算によって解が得られる点が便利である。

第4章 増幅回路

受動素子回路では、信号は伝送に伴ってエネルギー散逸により減衰する。一方、信号論のところで論じるように一定レベルの雑音が存在するので、伝送による信号情報の逸失を避けるためには、振幅を拡大する、すなわち1以上の利得を持つ回路が必要となる。また、処理した信号を外部機器(多くは電気以外のエネルギーへ変換するトランスデューサー)へ忠実に伝達するためにも十分なエネルギー密度を持つ信号に変換する必要がある。以上の役割を担うのが増幅回路である。まず、増幅器とフィードバックの一般論を述べた後、トランジスタなどの個別増幅素子について見ていく。個別増幅素子には色々と固体物理的な制約からくる「癖」があり、OP アンプのような集積回路はこれらの癖を吸収してユニバーサルな増幅回路設計のツールとなることを目指している。

増幅器を含む電子回路はまた、**制御系** (control system) という工学上の大きな問題の重要な題目であり格好の物理的シミュレーターでもある。本章で現れる制御に関する概念とその運用は、極めて一般的に各種制御工学にも適用されるものである。

4.1 増幅回路と系の制御

4.1.1 増幅器

増幅器 (amplifier, アンプ) *1は一口に言って電気信号を拡大するものであるが、信号の種類、物理量、信号接地方式などによって様々な分類の仕方がある。直流信号、交流信号の増幅を行うものをそれぞれ、直流増幅器、交流増幅器という。ただし、その境界はあいまいで、交流増幅器は更に周波数帯域によって様々に分類される。一方物理量で分けると、**電圧増幅器**と**電流増幅器**に分けることができる。電場効果トランジスタ (field effect transistor, FET) 回路は前者の、バイポーラトランジスタ (bipolar transistor, BPT) 回路は後者の例になっている。インダクタンス結合による昇圧トランスは広い意味での電圧増幅器である。ただし、電力ゲインがないため、増幅器の中にも含めない人もいる。

増幅器の特性を示す最も重要な量は増幅度 (利得, gain) である。電圧増幅器の場合は電圧増幅度 A は入力信号電圧振幅 V_{in} に対する出力信号電圧振幅 V_{out} の比として定義される。

$$A \equiv \frac{V_{out}}{V_{in}}. \quad (4.1)$$

但し、**差動増幅器**は、+ と - の2つの入力端子を持ち、

$$V_{out} = A(V_{in+} - V_{in-}) \quad (4.2)$$

と2つの入力電圧の差を増幅して、接地電位に対する電圧として出力する*2。演算増幅器 (operational amplifire, OP アンプ) がその代表で、後でやや詳しく扱う。

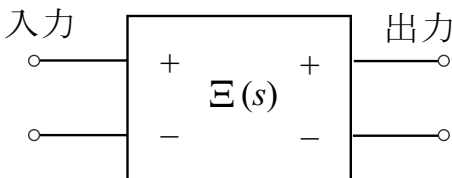


図 4.1 増幅器を表す4端子回路ダイアグラム

4.1.2 フィードバック (帰還) 制御

帰還 (フィードバック, feedback) は、読んで字のごとく出力を参照にして入力を調整して望みの出力が得られるようにすることである。このように、出力が何らかの設定値に近づくように考えられた系を**制御系** (control system) と

*1 「アンプ」という略し方はいかにも日本語独特風のものであるが、実際には国際的に使われていて、大体どこでも通用すると考えて良い。

*2 場合によっては出力も差動出力となる。

言う。帰還により、出力情報を入力側に戻すことで制御をおこなう系を、フィードバック制御系 (feedback control system), あるいは閉ループ制御系 (closed loop control system) という。これに対して、フィードバックを行わない制御系をフィードフォワード制御系 (feed-forward control system), あるいは開ループ制御系 (open loop control system) という。

このような制御, および信号の流れを表現するのに便利なのが, 第1回の講義でも述べたブロック・ダイアグラムである。ある機能を持ったオブジェクト (今の場合, これを取り出して線形応答系として扱うことのできる部分系) を1つの箱 (ブロック) で表現し, 信号路および制御関係をこれらをつなぐ線で表す。必要に応じて信号の流れおよび制御の主従関係を線上の矢印で表す (因果律を前提としている)。閉ループ制御系についての例を図4.2(a)に示した。ここで, 三角形の箱は増幅器を表し, 右向きの頂点方向が増幅方向を示している。ブロック中に記入された $\Xi(s)$, $h(s)$ などは, この部分系の応答を表す伝達関数である。信号その他の物理量の単純な分割は, 回路記号と同様黒丸で表し, 丸の中に+, あるいは-記号を記入したものをを用いて信号を同位相で加えるか, 位相を反転して減じるかを表現している。戻し方として, 出力が変化した場合, この変化を打ち消すような方向に入力を変化させる (逆相) 戻し方を**負帰還** (negative feedback) と呼び, 変化を大きくする (同相) 戻し方を**正帰還** (positive feedback) と呼ぶ。ただし, 図4.2(a)で丸の中が+記号が正帰還, -記号が負帰還となるとは限らない。 $h(s)$ で表される帰還の応答系, 更に増幅器の伝達関数 $\Xi(s)$ による信号の位相変化を考えなければならない。

図4.2(a)の状況で, 帰還信号のラプラス変換は $W_f(s) = h(s)W(s)$ であるから,

$$W(s) = \Xi(s)(U(s) - W_f(s)) = \Xi(s)(U(s) - h(s)W(s))$$

より

$$W(s) = \frac{\Xi(s)}{1 + \Xi(s)h(s)}U(s) \equiv G(s)U(s) \tag{4.3}$$

となる。すなわち, フィードバック回路を加えることで, 伝達関数が $\Xi(s)$ から $\Xi(s)/(1 + \Xi(s)h(s))$ へと変化したことになる。定義より, $|1 + \Xi(s)h(s)|$ が1よりも大きければ負帰還, 小さければ正帰還ということになる。この時 $A \equiv |\Xi(s)|$ を**開ループ利得**, $\beta \equiv |h(s)|$ を**帰還率**, $|\Xi(s)h(s)|$ を**ループ利得**という。また, **閉ループ利得**は, $|G| = |\Xi(s)/(1 + \Xi(s)h(s))|$ で与えられる。

ループゲイン $\Xi(s)h(s)$ は一般に角周波数 $\omega = s/i$ に依存するので, これを考慮するためには, ω の変化によって, $\Xi(i\omega)h(i\omega)$ がどのように変化するか調べる必要がある。 ω を変化させたときのこのような $\Xi(i\omega)h(i\omega)$ の複素平面上の軌跡を描いたものを**ナイキスト線図** (Nyquist diagram) と呼ぶ。従って, 正帰還, 負帰還の判定は, ナイキスト線図の軌跡が -1 を中心とする半径1の円の内部にあるか外部にあるかで行われる (図4.2(b))。ある ω で軌跡がこの円の中心を通る場合, これはシステムの伝達関数の極であり, 発散が起こって入力が零でもこの ω で出力が発生する。この時, $i\omega$ が純虚数であるから, この出力は $\exp(i\omega t)$ で, すなわち出力が振動を続ける**発振** (oscillation) が起こる。

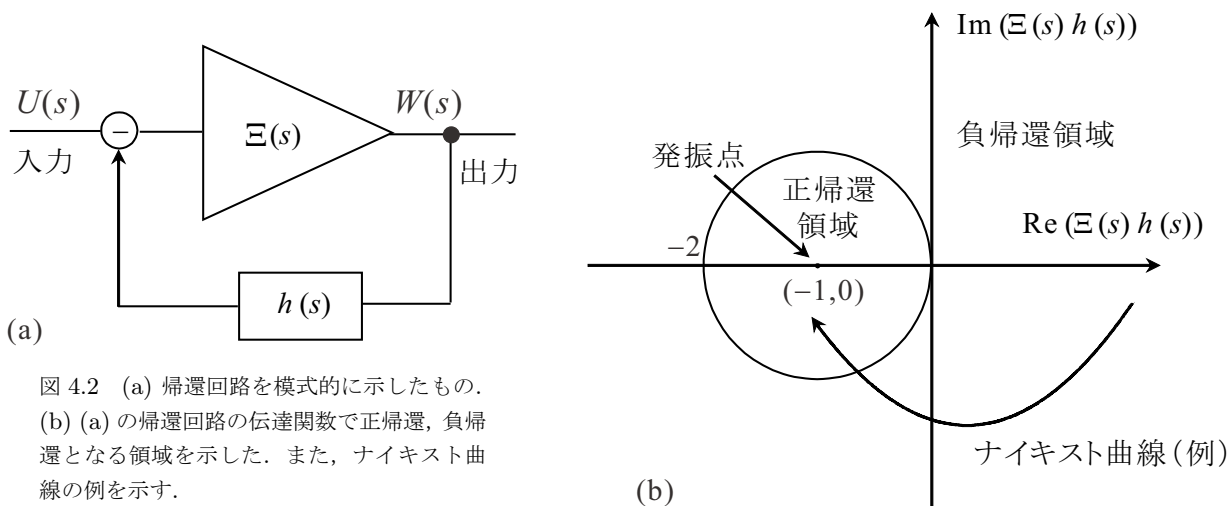


図4.2 (a) 帰還回路を模式的に示したもの。
(b) (a)の帰還回路の伝達関数で正帰還, 負帰還となる領域を示した。また, ナイキスト曲線の例を示す。

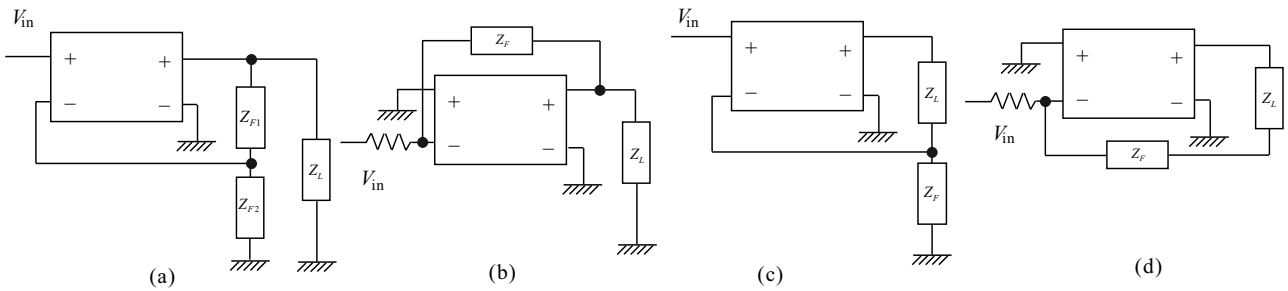


図 4.3 帰還回路の様々な形式 (a) 入出力とも並列. (b) 出力は並列, 入力は直列. (c) 出力は直列, 入力は並列. (d) 入出力とも並列.

負帰還は増幅器の性能向上のために著しい効果をもつ. 増幅器の開ループ利得が変動 (δA) した場合, 帰還なしに使用すれば利得にはその変動が直接現れる. 帰還をかけた $|G|$ の変動は,

$$\frac{\delta|G|}{|G|} = \frac{1}{|1 + \Xi(i\omega)h(i\omega)|} \frac{\delta A}{A} \quad (4.4)$$

である. 負帰還の場合は分母が 1 より大きいので, 変動の割合が小さくなっていることがわかる.

更に, 帰還利得が非常に大きい ($|W(s)h(s)| \gg 1$) とすると, $|G| \approx |h(s)^{-1}|$ となり, 閉ループゲインは帰還回路のみで決まる. これが 1 より大きいためには $|h(s)|$ が 1 より小さければよく, このような減衰器は受動素子のみで構成できる. 一般に受動素子は増幅器を構成する能動素子に比べて温度変化, 素子間のばらつき等が遥かに小さく, 全体のシステムは元の増幅器に比べて, 利得が極めて安定になるばかりでなく, 回路設計も容易となる*3.

また, 単に安定になるばかりでなく, 歪みを抑制する効果も大きい. 能動素子は, トランジスタの項で述べるように一般に非常に非線形性 (non-linearity) が強い. 従ってこれを通った信号は, 帰還がないと大きく歪んでしまう. これに対して抵抗などの受動素子は一般に非常に線形性が高いので, 帰還回路をこのようなもので構成すれば, 全体の線形性は大幅に改善される*4.

4.1.3 帰還と安定性

帰還回路は, 入力/帰還の電圧性/電流性で分類すると 4 種類に分かれる. 増幅器を図 4.1 のように入力・出力を持つ 4 端子回路で表すことにする. 出力信号から帰還信号として, 電圧を取り出す方式を電圧型または並列型と呼び, 電流を取り出す方式を電流型または直列型と呼ぶ. これらの信号を入力端子へ戻す場合にも同様に並列型, 直列型が考えられるので, 結局 4 通りの方法がある. この 4 つを図 4.3 に示した. ただし, 増幅器としてはすべてに同じ物を使うのではなく, (b) と (d) では電流信号を増幅するものを使うとしている.

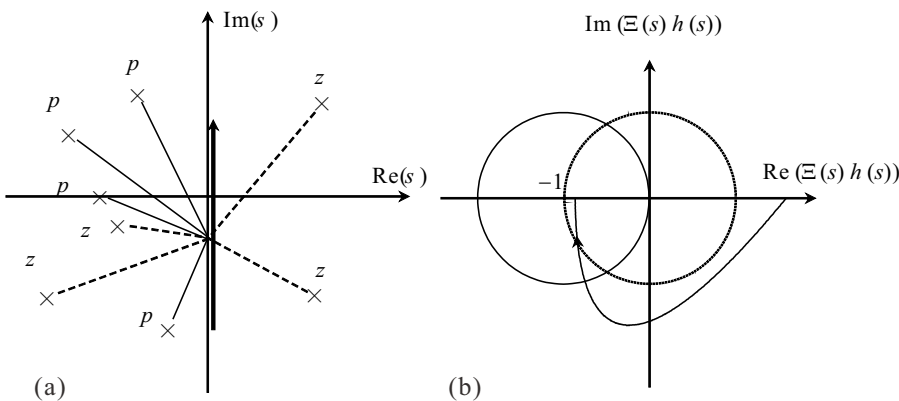


図 4.4 ナイキストの判定法 (a) 伝達関数が極 (p) とゼロ (z) を含んでいる時, 周波数 ω を変化させたときに (4.5) の複素角がどのように変化するかを考える. (b) ナイキストの判定条件を模式的に示した.

*3 この「安定」は, 後で述べるように, 必ずしも回路負荷の変動に対し安定に増幅する, という意味ではないので注意が必要である.

*4 ただし, システムの線形性を仮定している. 勿論, システムの応答の主な部分が線形であれば, 少なくとも負帰還に関しては全く同様な議論が成立する.

一方、負帰還回路には、いくつか注意すべき点がある。ひとつは、安定性である。「負帰還回路は安定なはず」であったが、それはあくまで実質的に負帰還として働いている場合であり、入力 s の条件次第では帰還ループ内での位相遅れによって正帰還として働き、不安定になる場合がある。もうひとつは、帰還回路中で雑音が付加される可能性がある点で、これは雑音の項で考える。

そこで、帰還回路の安定性を議論しよう。帰還回路の伝達関数は一般に極を持つため、発振や発散 (実際には出力無限大とはなり得ないので、このような場合には出力が正負何れかの最大値に貼りつくラッチアップ現象が起こる。) が起こって不安定になりうる。系が安定かどうかは伝達関数の極、すなわち

$$D(s) = 1 + \Xi(s)h(s) \quad (4.5)$$

の零の配置で決まっている。 s の複素平面で零がすべて左半面内であれば不安定を生じる可能性がある $G(s)$ の極位置では出力は $\exp(st)$ に比例し、 $\text{Re}(s) < 0$ であるからこれは時間とともに減衰するので、最終的に不安定性に寄与せず、安定である。一方、右半面内に零が存在すれば時間とともに発散する出力を与え、実際の回路では無論発散はしないが発振やラッチアップが生じ不安定となる。

ここで一般に電気回路では高周波は通りにくくなることから $\Xi(i\omega)h(i\omega)$ は $\omega \rightarrow \infty$ で 0 である。すなわち、 $\Xi(s)h(s)$ が有理多項式の商の形で書けたとすると、(分子の次数) \leq (分母の次数)、すなわちその極の個数は零の個数以上である。従って (4.5) の $U(s)$ を分数形に書くと、分子分母の次数は同じになり、極と零の個数は等しい。また、帰還路自身の伝達は安定と仮定する (受動素子で構成すればほぼこれは満たされる)、(4.5) の極はすべて複素平面で左半面内にある。今、 s を $-i\infty$ から $i\infty$ まで変化させることを考える。(4.5) の複素角は

$$(s \text{ から零を望む角の総和}) - (s \text{ から極を望む角の総和})$$

である (図 4.4(a))。一つの零、あるいは極を望む角は s が $-i\infty$ から $i\infty$ へ移動する間に、それが左半面にある場合には π 、右半面にある場合には $-\pi$ だけ変化する。もしもすべての零が左半面内であれば、この変化は極のものと相殺するからこの移動の間に (4.5) の複素角が変化する総量は零である。右半面に m 個の零が存在すると、 $-2m\pi$ だけの角変化があることになる。

以上から、次のように安定/不安定が判定できることがわかる。 $\Xi(s)h(s)$ のナイキスト線図を描く。これが実軸上の -1 の回りを 1 回転以上回れば (4.5) の複素角は 2π 以上変化するので、システムは不安定で、そうでなければ安定である。これを、**ナイキストの判定法**と称する。 $\Xi(s)h(s)$ のナイキスト線図は一般に原点の回りを時計回りに回る曲線となり、実軸に関して対称である。出発点 ($\omega = 0$) は一般に実軸の正の領域にある (図 4.4(b))。ここから出発して、位相がちょうど π だけ変化する点が、軌跡が下半面を回って実軸に戻ってきた点である。この時、この点が原点から 1 以上離れている時は、軌跡は -1 を周回する事になり、不安定である。従って、 $\Xi(s)h(s)$ に対するボード線図を使うと、左から進んで位相変化が π になったところで利得 $|\Xi(s)h(s)|$ が 1 以上あれば不安定、ということになる。

これは**バルクハウゼンの発振条件**: 「帰還回路の利得が 1 以上で位相のずれが 2π 以上」を満たさないようにする、ということを行っているのと等価である。すなわち負帰還回路により既に位相が π だけずれているので、更に位相遅れが π および 2π の位相遅れが発生する。この時点で利得が 1 以上あれば回路は不安定となる。

4.2 OP アンプ

OP アンプ (演算増幅器, オペアンプ, operational amplifier) は、元来はアナログ計算機用に開発されたものだが、結果として計測回路に革命をもたらした。

OP アンプは、原理的に新しい素子ではなく、トランジスタや FET そして周辺抵抗などを一つの半導体基板上に作り込んだ**集積回路 (IC)** である*5。しかし、使用する立場からは OP アンプはこれら個別素子よりはるかに使いやすく、帰還回路の応用問題程度の感覚で一通りは使いこなすことができる。より進んだ使用法には、[?] などが参考になる。

*5 完全に単一基板上に (モノリシックに) 作るのではなく、いくつかの分離素子をまとめて 1 パッケージにしたものもあり、ハイブリッド OP アンプと称している。

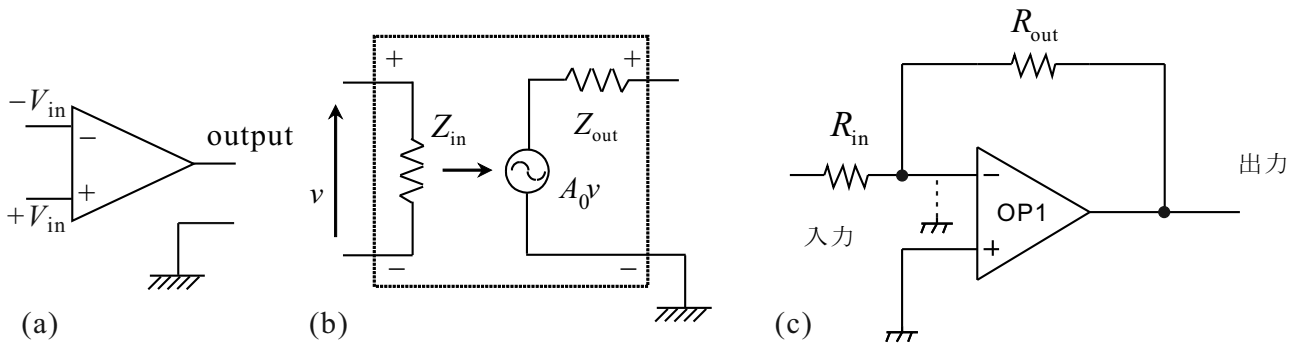


図 4.5 (a) OP アンプの回路記号 (b) 制御電源形式を用いた OP アンプの 4 端子回路表現. (c) 簡単な回路例. 反転増幅回路. 「仮想接地」を点線で示した.

4.2.1 OP アンプの基本動作- 線形モデル

OP アンプは、最も単純には「入力インピーダンス Z_{in} と増幅率 A_o (開ループゲイン) の極めて大きな差動増幅器」と定義することができる. 図 4.5(a) の様に, 差動入力と出力の 3 つの端子を持ち, 三角形の記号で表す. 勿論, この他に最低でも正負の電源端子を接続する必要があるが, 回路図上では省略されることが多い.

理想的モデルを考える. 1 個の OP アンプを図 4.5(b) のような 4 端子回路で表す. 「理想的」な OP アンプでは, その差動伝達関数 (利得) を $A(i\omega)$ とすると, $A_o = |A(i\omega)|$ で, 出力は (4.2) で A を A_o としたものとなる. 理想 OP アンプは

$$\forall \omega \quad A_o \rightarrow \infty, \quad \arg A(i\omega) \rightarrow 0, \quad Z_{in} \rightarrow \infty, \quad Z_{out} \rightarrow 0 \quad (4.6)$$

の極限として定義される. このモデルでは以下のように簡単な原則により回路設計可能である. まず, $A_o \rightarrow \infty$ と (4.2) から, 回路が安定で有限な出力を持っている場合には, $V_+ = V_-$ でなければならない. すなわち, 正負入力端子間の電位差は零である. 一方 $Z_{in} \rightarrow \infty$ のため, 両端子間には電流は流れない. このように, 見掛け上端子が短絡されていることを**仮想短絡** (imaginary or virtual short) と呼ぶ. この条件の下で, キルヒホッフの法則により各点・各線での電圧電流を求めることができる.

最も簡単な反転増幅器の例を見る (図 4.5(c)). 入力を電圧駆動し, V_{in} , 負入力端子の電圧を V_- とする. 負入力端子に流入する電流 J は, Z_{in} が大きいいため正入力端子に流れ出す成分は極めて小さく, ほとんどが帰還抵抗 R_{out} へ流れ出すため,

$$V_{out} = -A_o V_-, \quad J = (V_{in} - V_-)/R_{in} = (V_- - V_{out})/R_{out}$$

となる. まず負帰還は正しくかかっているとし, 仮想短絡を仮定すると, $V_- \rightarrow 0$ である. OP アンプ回路ではこのように仮想短絡の結果, 入力端子は両方とも接地電位になることが多く, この場合, - 入力端子は**仮想接地** (imaginary earth) 状態にあるという. 2 番目の式より簡単に

$$V_{out} = -\frac{R_{out}}{R_{in}} V_{in} \quad (4.7)$$

となり, 周辺抵抗だけで増幅率が決まってしまう*6. これは, 4.1.2 節で示したように, システム全体の伝達関数が帰還回路のもののみで決まる例となっている. また, この回路は, 帰還回路の分類では, 電圧検出, 電流加算 (図 4.3(b)) に相当する. この時, $|h| = R_{in}/R_{out}$ であり回路全体のゲインは R_{out}/R_{in} となって当然 (4.7) と一致する.

4.2.2 OP アンプのパッケージング

OP アンプは、入出力端子 3 本と電源用の 2 本の 5 本に加えてオフセット調整用の端子 2 本が出ているものが多く、7 本の端子を要するが、これ以外に非接続端子 1 本を加えて 8 ピンの IC としてパッケージされているものが多い。図 4.6 の (a)-(d) に示したように様々なパッケージが出されており、(e) のような接続が標準的である。が、特にオフセット調整端子は OP アンプにより様々でデータシートを参照する必要がある。また、オフセット調整端子を省略し、8 ピンパッケージに 2 個入り、14 ピンパッケージに 4 個入りのような OP アンプも販売されている。

4.2.3 OP アンプの周波数特性と位相補償

以上のように、非常に簡明な OP アンプ回路であるが、基本的に負帰還回路であるから、注意しないと発振してしまう。まず、現実の OP アンプが理想 OP アンプと大きく違うところが、 $|A(i\omega)|$ が $\omega \rightarrow \infty$ とともに 0 へと減少し、それに伴って位相遅れ $\arg A(i\omega)$ が発生することである。特に位相遅れは OP アンプ内部で信号が多数の能動素子を通過しているために避けられない。位相遅れについて何も処置しない場合の OP アンプのボード線図は、図 4.7(a) のように複数の極が存在している。位相遅れが π に達したところで、ゲイン $|A(i\omega)|$ が 1 すなわち 0dB となっていないと、ナイキストの判定条件より、負帰還をかけた途端に発振する可能性がある。そこで、通常の OP アンプでは**位相補償**と称して、回路の途中に一種の積分回路を挿入し、図 4.7(a) の点線のようにゲインと極の位置を引き下げ、ゲインが 0dB まで下がる間に位相遅れが $\pi/2$ となるようにする。こうすれば、抵抗器のような位相回りの少ない素子で帰還路を構成すれば発振は起こり得ない。この積分回路のコンデンサを IC 内部にすでに持っているものを**内部位相補償型**と呼び、コンデンサを付けるための端子を出しているものを**外部位相補償型**と呼ぶ。外部位相補償型は外付け部品が増えて面倒であるが、発振を抑えるためのゲインの抑制を最小限にして OP アンプの周波数特性を最大限に利用するには便利である。

このように位相補償された OP アンプを使っても、実際の回路では頻繁に発振が起こる。その原因の多くは、容量性の信号源や負荷によって負帰還路の位相回りが発生するため(図 4.7(b)) である。いずれも発振する場合はゲインが 0dB を切る前に位相遅れが π に達しているので、発振止めとしては、点線で記したような回路を付加する。この回路付加に当たっては、ボード線図の知識が有用である。また、注意しなければならない事として、電源ライン回りで信号が漏れて帰還路を形成し、発振に至る場合がある[?]。これには、OP アンプの近傍で電源ラインをコンデンサでアースに交流的に落とすのが有効である。このようなコンデンサを**バイパスコンデンサ**という。

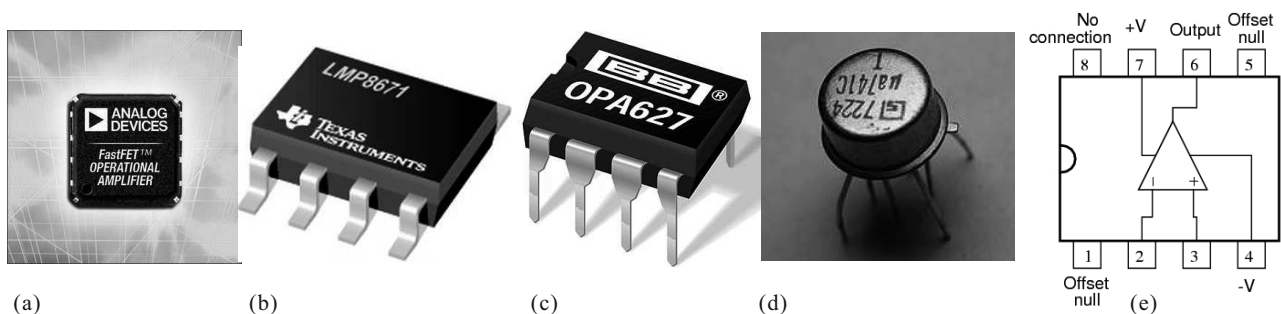


図 4.6 OP アンプの様々なパッケージ。(a) 表面実装ソケットに押し込むタイプ。(b) 表面実装はんだ付け型。(c) 標準 8 ピン DIP 型。(d) 金属筒ケース (TO5) (e) 8 ピンで多いタイプのピン配置 (異なるタイプもある)。

*6 これは、後で出てくるトランジスタのエミッタ接地増幅回路などと同様だが、 $A = 10^5 \sim 10^6$ という圧倒的な開ループゲインによりその精度は比較にならない。また、基本的に直流増幅器であり面倒なバイアスの心配もいらない。大きな開ループゲインを使った負帰還により、このような簡明さを得られ、これが OP アンプの急速な普及を生んだ。

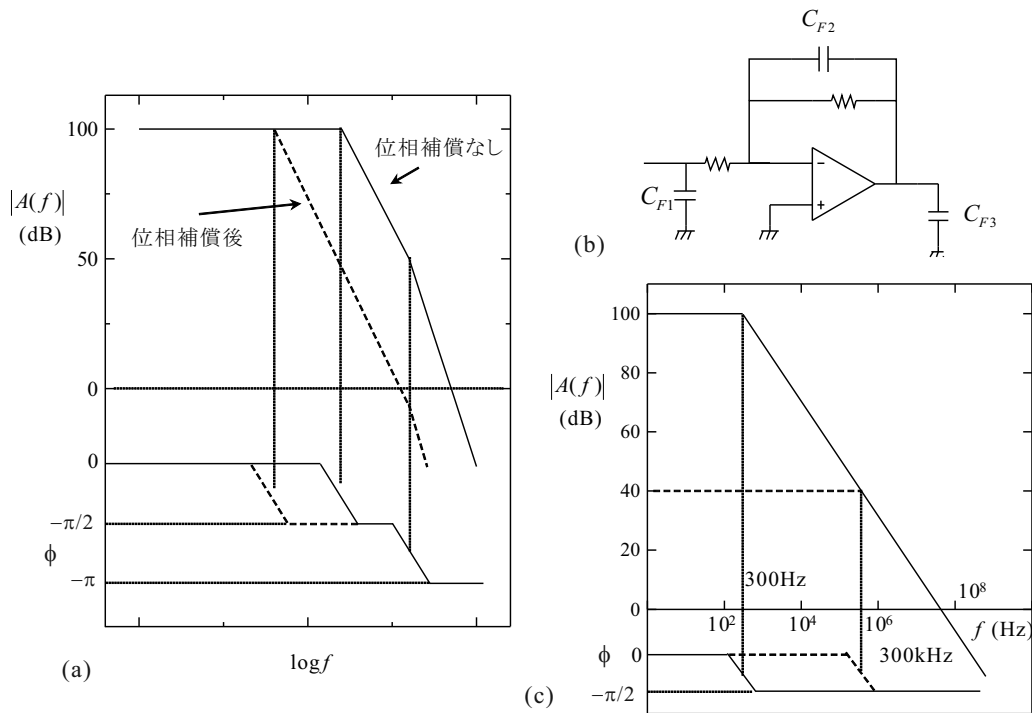


図 4.7 (a) 位相補償をしていない OP アンプのボード線図例 (実線) と、位相補償を施した場合 (点線). (b) 容量性の信号源・負荷によって位相回りが発生する回路例. (c) 発振しにくい OP アンプのボード線図. 負帰還により特性が変化する様子を破線で示す.

4.2.4 OP アンプの諸特性

現実の OP アンプは理想 OP アンプではあり得ないので、様々な特性を表すパラメータは有限である。直流の開ループゲインは用途にもよるが、多くは $10^5 \sim 10^6$ 程度あることが多い。ゲインがこれから落ち始める周波数 f_T は、遮断周波数と呼ばれる。これは伝達関数の極の位置と強さによっている。また、ゲインが 1(0dB) となる周波数を、単位利得周波数という。内部位相補償を行っている OP アンプでは、周波数特性が図 4.7(c) のボード線図に近くなるように調整されている。ここでは $A_o \sim 10^5$, $f_T = 300\text{Hz}$ としてみた。遮断周波数を過ぎた後は、6dB/oct すなわち、log-log プロットで傾き -1 の直線に沿ってゲインが落ちる。この直線上ではゲインとそのゲインを維持できる周波数の幅の積 (GB 積, Gain Bandwidth product) は一定で、ほぼ単位利得周波数の値に等しい。

さてここで負帰還をかけて、そのゲインを 10^2 としたとする。帰還回路の周波数特性は理想的であるとすると、このシステムのボード線図は、図 4.7(c) で点線で示したものになる。 f_T が 300kHz 近くと 3 桁も上昇している。これは、負帰還回路の所で述べた周波数特性の改善である。また、ゲイン一定の領域が広がったことから、歪率も大きく改善されたことになる。ただし、この歪みは入力信号の振幅が小さい時である。大振幅の信号が入力すると、内部回路の一部が一時的に飽和するため小振幅時に比べて周波数特性は大幅に悪化する。このような大振幅入力時の応答特性を表すには、出力電圧の変化速度スルーレート (Slew rate) を用いる。

理想 OP アンプでは入力インピーダンスは無限大であったが、現実の OP アンプでは勿論、有限である。一般に各端子の接地電位に対する絶縁抵抗と、入力端子間のインピーダンスは大きく異なり、規格表などでは、前者を単に入力インピーダンス、後者を差動入力インピーダンスと称している。その値は OP アンプの構成素子によって大きく異なる。これは実装技術の項で述べる。 Z_{in} が十分大きければ入力端子に流れる電流は無視して良いか、というと必ずしもそうではない。入力の能動素子が働くために、入力端子にはほぼ一定の電流 I_B が流れている必要があり、これを入力バイアス電流と呼ぶ。また、 $+$ 入力端子でのバイアス電流の差を入力オフセット電流と呼ぶ。

更に、双方の入力端子を接地しても出力電圧は零にはならない。すなわち (4.2) で $V_{in+} - V_{in-}$ の後に定数項 V_{off}

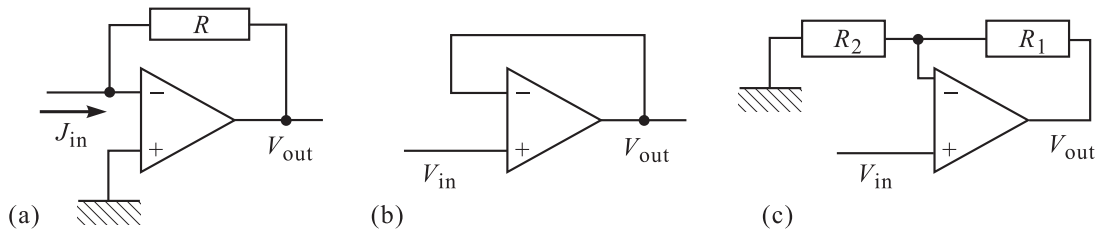


図 4.8 代表的な OP アンプ回路. (a) 図 4.5(c) の反転増幅器で, 入力抵抗を無くして電流入力としたもの. 電流電圧変換回路. (b) 電圧フォロワー. (c) 非反転増幅器. あるいは, R_1 の所を外部出力端子とし, 定電流回路 (電圧電流変換回路) とする.

が付いていることになる. これを**入力オフセット電圧**と呼んでいる. 一部の OP アンプにはこのオフセット電圧をできる限りゼロに調整するための端子が出ており, ここに半固定抵抗器などをつないで調整する. また, 理想的差動増幅器であれば, 入力端子間を短絡しておけば接地しなくても出力は零あるいは V_{off} の筈であるが, これもそうはならない. 両方の入力端子に同じ入力を加えた時に, 出力信号が元の信号に対してどれだけ小さくなるか, すなわち $(\text{ゲイン} \times \text{同相入力信号}) / (\text{出力信号}) = (\text{差動利得}) / (\text{同相利得})$ を**同相信号除去比** (CMRR, Common mode rejection ratio) と呼び, 差動増幅器を評価する上での重要なパラメタである. CMRR は強い周波数依存性を持ち, 高周波では著しく劣化する. 有限なスルーレートのために, 大振幅信号では更に小さくなる. これは, 接地ラインからの入力電圧のずれによる出力であったが, 同様なことは電源電圧の変動に対しても起こる. これに対しても同様に除去比を定義でき, PSRR(Power supply rejection ratio) と呼ぶ.

出力インピーダンスも当然有限で, 100Ω 程度あるのが普通であるが, 通常は負帰還により実効的に極めて低くなるので, 低周波では問題にならない事が多い. 以上のような理想 OP アンプからのずれは, 計測回路における様々な誤差を引き起こすので, これらを十分把握した上で使用することが必要である.

4.2.5 OP アンプ回路の例

OP アンプは「汎用」の増幅器というのが基本であり, 帰還回路を様々に組むことで, 用途に応じた回路とする. 図 4.8 に代表例を示した.

(a) は図 4.5(c) の反転増幅器の入力抵抗をなくし, 電圧入力 (低出力インピーダンス信号源) から, 電流入力 (高出力インピーダンス信号源) へと変更したもので, $-$ 入力端子が仮想接地され, 高入力インピーダンスによって入力電流 J_{in} はすべて帰還抵抗 R に流れ込むことを考えると,

$$-J_{in} = \frac{V_{out}}{R} \quad \therefore V_{out} = -RJ_{in}. \quad (4.8)$$

すなわち, これは入力電流を電圧に変換する電流電圧変換回路として働いている. 物理計測では実際に電流測定に多用される回路である. 式からわかるように, 負荷抵抗 R を大きくすることで感度は高くなるが, 帰還利得 (feedback loop gain, FLG) が小さくなることで, 周波数特性は悪くなる. R が余り大きくない範囲での誤差要因で支配的なのは, 入力バイアス電流と, 有限入力インピーダンスによるリーク電流である. 特に電流計測に使用することを考え, 誘電体分離型電場効果トランジスタを用いることで, これら誤差要因電流を $fA(10^{-15}A)$ オーダーに抑えた OP アンプが市販されている. 更に微小な電流を測定したい場合は, フライングキャパシタチャージポンプなどを利用することになる (専用 OP アンプについては付録 A).

(b) では, 出力と帰還回路が直結されており, 帰還率は 100% である. 仮想短絡により, $+$ 入力 $= -$ 入力 $=$ 出力であるから, 出力電圧は入力電圧と一致する. このような回路を電圧フォロワー (voltage follower) という. 電圧ゲインは 0dB であるが, 入力インピーダンスは $10M\Omega$ 以上あるのに対して出力インピーダンスは負帰還により 1Ω 以下になっているので, 電力ゲインは $10 \times \log_{10}(10^7) = 70dB$ と大変大きくなっている. 非常に大きなインピーダンス変換器と見られることもできる.

(c) は、非反転増幅器と呼ばれている。やはり高入力インピーダンスにより、 R_1 と R_2 に流れる電流 J は共通であり

$$J = \frac{V_{\text{out}}}{R_1 + R_2}, \quad \therefore V_{\text{in-}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \quad \text{i.e.} \quad V_{\text{out}} = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_{\text{in}} \quad (4.9a)$$

となって、やはりゲインは帰還回路の抵抗比だけで決まる。また、 J を V_{in} で表してみると、

$$J = \frac{V_{\text{in}}}{R_2} \quad (4.9b)$$

で、全く R_1 によらない。そこで、 R_1 の部分を外部回路で置き換えると、この回路は負荷に依らずに常に (4.9b) の電流を流す定電流電源回路として働く。あるいは、電圧電流変換回路として働いていると見ることができる。

参考文献

[1] 例えば 近藤次郎 「フーリエ変換とその応用」(培風館, 1975)。

付録 D : OP アンプ回路

本文ではごく基本的な OP アンプ回路を紹介したが、その他、計測に良く使用するものを簡単に紹介する。更に詳細を知りたい方には、OP アンプ回路の書籍が数多く出版されている ([?] など) ので、それらを見ていただきたい。

積分回路

図 4.9(a) は反転増幅器のフィードバック抵抗の代わりにコンデンサ C を挿入した回路である。この時、コンデンサの左側の電極にたまった電荷 Q は流入する電流 V_i/R_i を時間積分したものであるから、 $t=0$ で $Q=0$ とすると、

$$V_o(t) = -\frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int_0^t \frac{V_i(\tau)}{R_i} d\tau = -\frac{1}{CR_i} \int_0^t V_i(\tau) d\tau \quad (D.1)$$

となり、出力電圧は入力電圧を積分したものである。これは単なるコンデンサによる積分回路とは異なり、仮想短絡(接地)により電流の流入端子の電位が一定に保たれるため、積分としての精度が非常に高い。これを定電圧回路に接続すれば、時間に対して線形な変化をする、電圧スイーパーとして使用できる。

この回路ではコンデンサの選択にも注意が必要である。ケミカルコンデンサなどは容量が大きく時定数 RC を大きくするには便利だが、リーク抵抗が低いので、これを通して漏れる電流が誤差となる。ゆっくりとしたスイーパーを得るには積層フィルムコンの容量の大きなものが適している。コンデンサを適当に選べば、積分器、電圧スイーパーとしての精度は主に入力バイアス電流によって決まる。ここでもバイアス電流の小さなものを使う必要がある。また入力信号の原点が問題になる場合は、入力バイアス電圧も重要である。

理想に近いダイオード

2 端子素子としてのダイオードは、図 4.9(b) のような整流特性を持っているが、更に強い整流性が必要な場合が存在する(任意波形発生回路など)。そのような場合に使用する回路例を図 4.9(b) に示した。 V_S が正の領域にあるときには、入力された電流は D_1 を通って OP アンプに流れ込み、フィードバックによって $-$ 端子はゼロ電位となる。この時、OP アンプ出力は負電位であるため、 D_2 には電流が流れず、 V_o はゼロである。一方、 V_S が負の領域にあるときには、OP アンプ出力は正となり、 D_2 を流れて R_F を流れる。 D_2 での電圧降下によらず、 $-$ 入力端子の電位はゼロになるはずであるから、

$$V_o = -\frac{R_F}{R_S} V_i \quad (D.2)$$

とリニアな出力が得られる。この時の出力インピーダンスは、OP アンプによって非常に低くなっている。

もちろん、これはあくまで 4 端子回路であり、2 端子のダイオードを理想化したものではない。(??) の特性は、電圧入力電流出力の形になっているがこの回路の場合は電圧 \rightarrow 電圧である。極端な話、閾値の低い電力制御回路、などにこの「理想ダイオード」を使うことはできない。一方、精密波形合成などには重宝な回路である。

対数アンプ

これは、入力電圧に対してその対数を出力するアンプである。物理では実験に際してこのような出力を必要とすることがしばしばある。例えば、走査トンネル顕微鏡 (scanning tunneling microscope, STM) で探針を試料表面に対して一定電圧を保ちながら接近させると、探針と表面間の距離を d として、 $\exp(-d/d_0)$ に比例したトンネル電流が流れる。一方、探針の高さはピエゾ素子を通して制御されており、印加する高電圧の変化にほぼ比例して変化する。 d の変化が小さなプロセスに対する応答ではトンネル電流も線形項が主になるので問題ないが、針のアプローチやラフな表面など d (の仮想変化) が大きい場合は、 d が直接線形に現れるように対数出力がほしい。

このような場合には、図 4.9(c) を原型とする回路が良く使用される。後述のトランジスタの項で述べるように、トランジスタのベース-エミッター電圧 V_{BE} に対するコレクター電流 $J_C \approx -J_E$ の依存性は指数関数的になる。図 4.9(c) はこれを使っているわけであるが、実際に出力を計算してみると、

$$V_o = -V_{BE} = -\frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{J_s}{J_0} + 1 \right) \quad (D.3)$$

と、きちんと対数になっていない上に温度に強く依存し (J_0 も温度に依存する)、とても計測に使えるようなものではないことがわかる。ということで、実際に計測に使用する対数アンプは図 4.9(c) に様々な補正回路を付加したものである。これを一つのパッケージにした対数アンプが販売されており、通常はこれで用が足りる。

この対数アンプは OP アンプ開発の重要な目的であるアナログ計算には極めて重要であり、乗算を加算化して運用するために使用された。

加算器 (adder)

図 4.9(d) で、端子 i の入力抵抗を R_i 、入力電圧を V_i 、とすると、仮想接地によりフィードバック抵抗 R_f に流れる電流は $-\sum_i V_i/R_i$ であるから、出力電圧は

$$V_{out} = -R \sum_i \frac{V_i}{R_i} \quad (D.4)$$

となって入力の線形和が出力される。

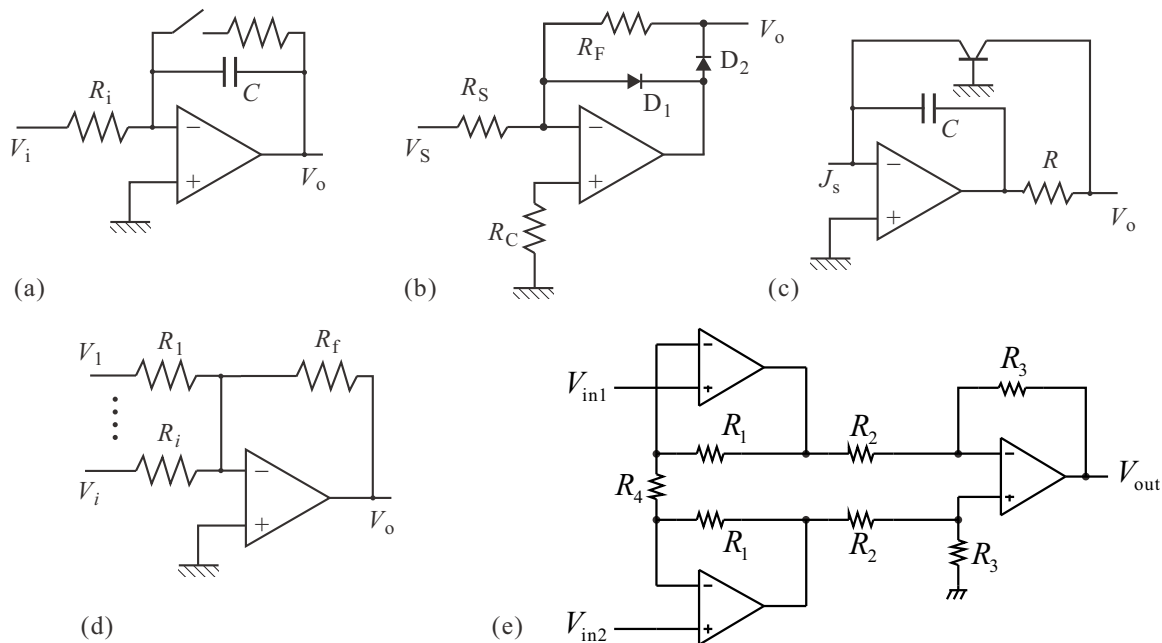


図 4.9 計測に良く使用される OP アンプ回路例. (a) 積分回路 (電圧掃引回路). (b) 理想に近いダイオード回路. (c) 対数アンプ. (d) 計装アンプ (instrumentation amplifier)

計装アンプ (instrumentation amplifier)

差動増幅器は、計測にとって極めて重要・重宝なものである。そのノイズ除去効果については後述する。通常の増幅器に求められる様々な要素以外に、先に述べた CMRR が高いことが要求される。2つの入力端子に対する信号源インピダンスのばらつきやアンバランスを考えると、実験回路につないだ時点での CMRR を高く保つには、入力インピダンスを高くすることが望ましい。このような要請から、良く使われるのが図 4.9(e) にあげた差動増幅器の回路でインスツルメンテーション・アンプと呼ばれている。この回路は、入力に OP アンプの入力端子をそのまま使っているため、入力インピダンスは極めて高くなる。図 4.9(d) でゲインは

$$V_{\text{out}} = -\frac{R_3}{R_2} \left(\frac{2R_1 + R_4}{R_4} \right) (V_{\text{in1}} - V_{\text{in2}}) \quad (\text{D.5})$$

となる。

問題は CMRR で、単純なモデルでは抵抗の揃い方で決定され、 $R_4 = R_6$ 、 $R_5 = R_7$ であれば無限に大きくなるが、2端子素子の実装の所で述べたように、通常の抵抗器の精度が 0.1 ~ 1% であることから、普通に作製すると、CMRR は低周波でも 40~50dB 程度しか得られないことになる。そこで、通常はここにトリマーを使用し、CMRR が最大になるように調整する。しかしこれでも、温度変化などにより抵抗値が動くとやはり CMRR の低下を招いてしまう。そのため、このような OP アンプと抵抗のセットをモノリシックに作り込み、レーザートリミングで CMRR 最大に調整したものが、単体の素子として発売されている。これも、IC₃ とその周辺抵抗だけ搭載したものから、デジタル信号でゲインを変化できるものまで様々である。