電子回路論 第9回 (2)

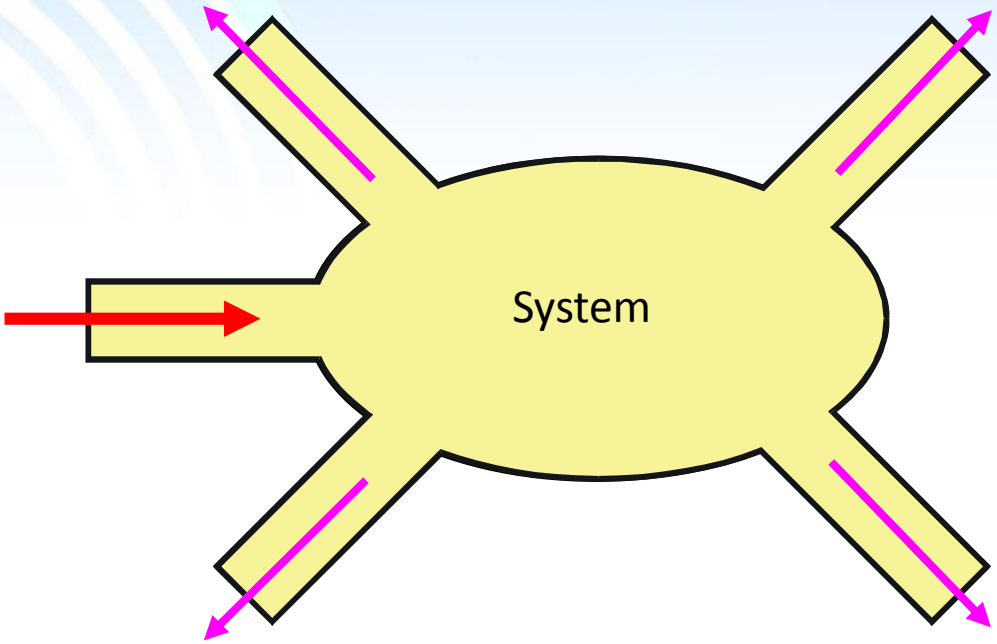
2014.11.27

勝本信吾
東京大学物性研究所

fppt.com

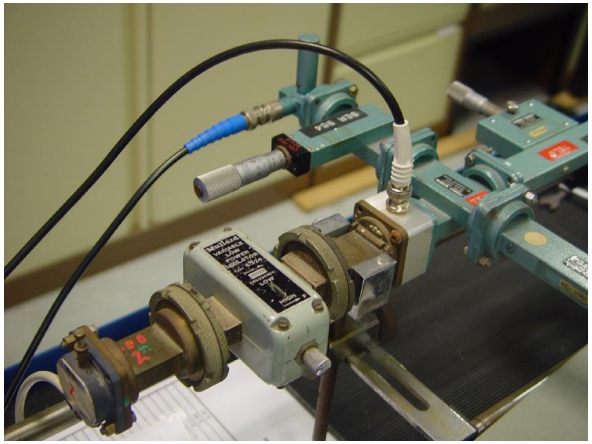
量子輸送の散乱形式論

有限な試料の電気伝導：電子の散乱実験と見ることができる



自由空間との大きな違い：
端子の存在

マイクロ波立体回路に類似



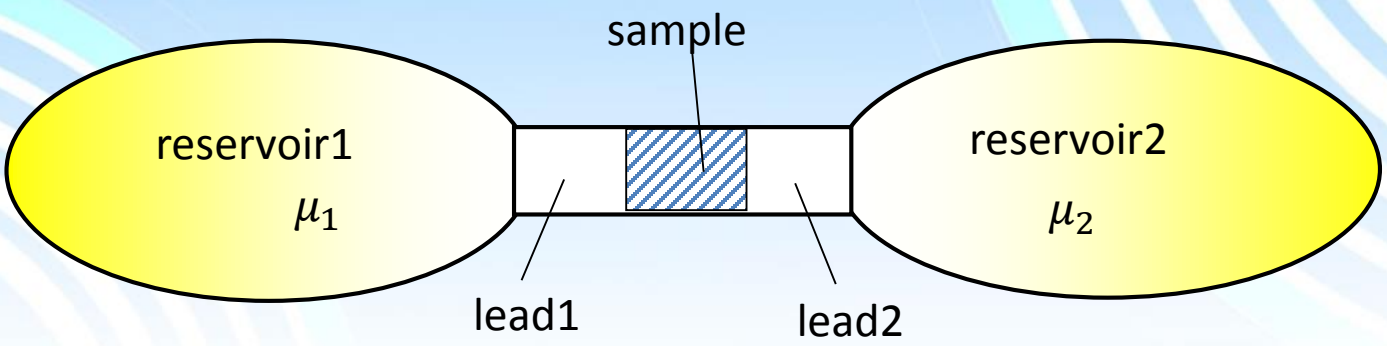
マイクロ波の経路：導波管

散乱問題として電気伝導を扱う：散乱形式論

電子導波管(量子細線)の輸送現象→ランダウアーの伝導公式

電子導波管の接続 → S行列

1次元電子系の伝導



Rolf Landauer

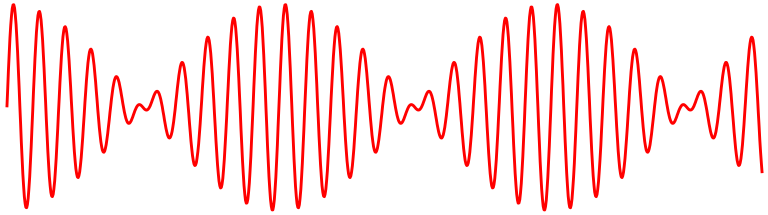
右向き：μ_1以下充填 左向き：μ_2以下充填

波数 k の状態が運ぶ電流

$$J(k) = \frac{e}{L} v_{\mathrm{g}} = \frac{e}{\hbar L} \frac{dE(k)}{dk}$$

$$J = \int_{k_2}^{k_1} J(k) L \frac{dk}{2\pi} = \frac{e}{h}(\mu_1 - \mu_2) = \frac{e^2}{h} V$$

$$G = \frac{J}{V} = \frac{e^2}{h} \equiv G_{\mathrm{q}} = \frac{1}{R_{\mathrm{q}}}$$

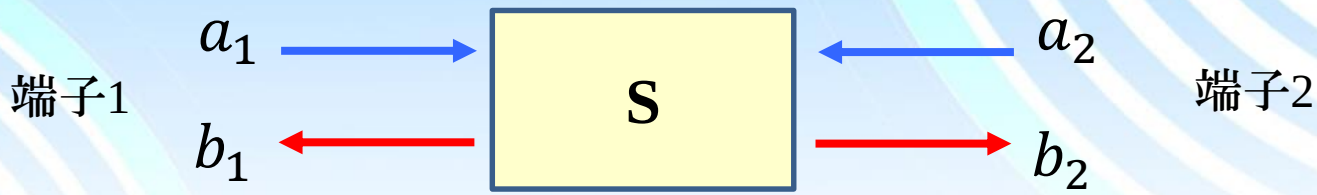


$$\tau = \frac{h}{eV}$$

$$J = e \times f = \frac{e}{\tau} = \frac{e^2}{h} V$$

S行列

定義



$a_i \equiv \sqrt{v_{\mathrm{F}i}}a'_i$: a'_iは波動関数の複素振幅 (位相情報を保持)
$|a_i|^2$は確率密度流の大きさを表す：a_i を複素確率密度流と命名

S行列はこれらの間の線形な関係を表す (Schrödinger方程式の線形性)

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{\mathrm{L}} & t_{\mathrm{R}} \\ t_{\mathrm{L}} & r_{\mathrm{R}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$T_{\mathrm{L,R}} = |t_{\mathrm{L,r}}|^2 = 1 - R_{\mathrm{L,R}} = 1 - |r_{\mathrm{L,R}}|^2$$

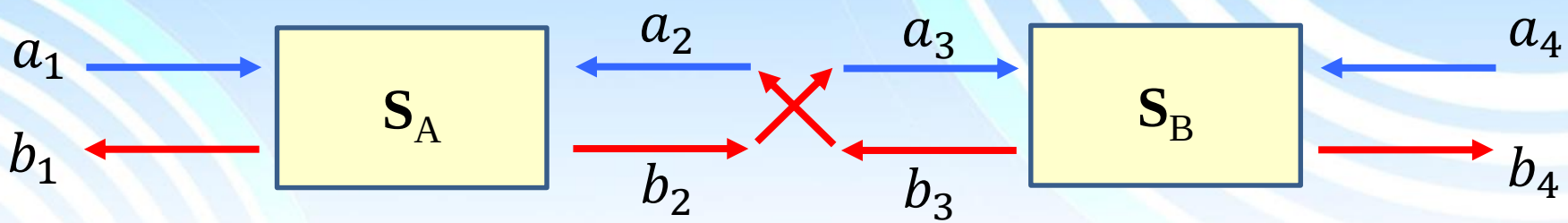
T, R 透過率，反射率

t, r 複素透過係数，複素反射係数
(位相シフト情報を保持)

多チャネルの場合：t, r 複素透過係数行列，複素反射係数行列

確率密度保存： S行列はユニタリー (|S|=1)

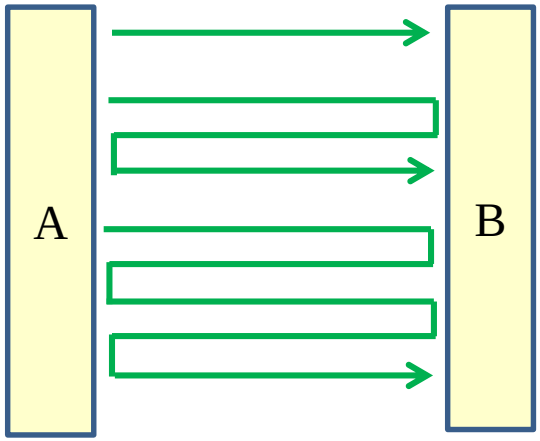
S行列の接続



$$\mathbf{S}_\mathrm{AB} = \begin{pmatrix} r_\mathrm{L}^\mathrm{AB} & t_\mathrm{R}^\mathrm{AB} \\ t_\mathrm{L}^\mathrm{AB} & r_\mathrm{R}^\mathrm{AB} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_\mathrm{L}^\mathrm{A} + t_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B} \left(I - r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B}\right)^{-1} t_\mathrm{L}^\mathrm{A} & t_\mathrm{R}^\mathrm{A} \left(I - r_\mathrm{L}^\mathrm{B} r_\mathrm{R}^\mathrm{A}\right)^{-1} t_\mathrm{R}^\mathrm{B} \\ t_\mathrm{L}^\mathrm{B} \left(I - r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B}\right)^{-1} t_\mathrm{L}^\mathrm{A} & r_\mathrm{R}^\mathrm{B} + t_\mathrm{L}^\mathrm{B} \left(I - r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B}\right)^{-1} r_\mathrm{R}^\mathrm{A} t_\mathrm{R}^\mathrm{B} \end{bmatrix}$$

$$(I - r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B})^{-1} = I + r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B} + (r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B})^2 + \cdots$$



I

$r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B}$

$(r_\mathrm{R}^\mathrm{A} r_\mathrm{L}^\mathrm{B})^2$

ファインマン経路の
足し上げを表している

量子輸送現象の揺籃期とブレークアウト

久保亮五

金属微粒子の久保効果

J. Phys. Soc. Jpn. **17**, 975 (1962);
21, 1765 (1966).

- 量子閉じ込めによるエネルギー準位離散化
- 単電子帯電効果による電子数固定
- 奇数電子微粒子の孤立電子スピン

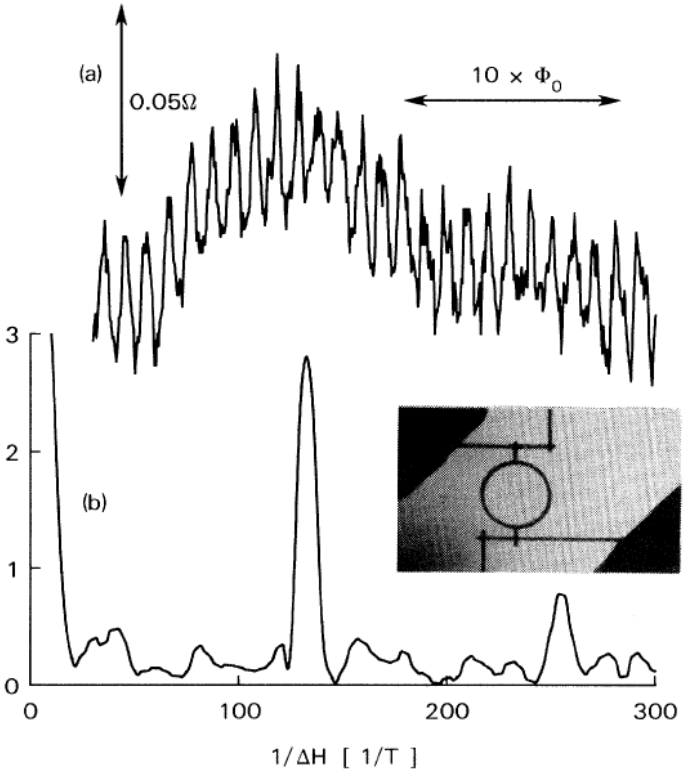
江崎玲於奈

半導体ヘテロ接合超格子
IBM Res. J. Dev. 1, **61** (1970).

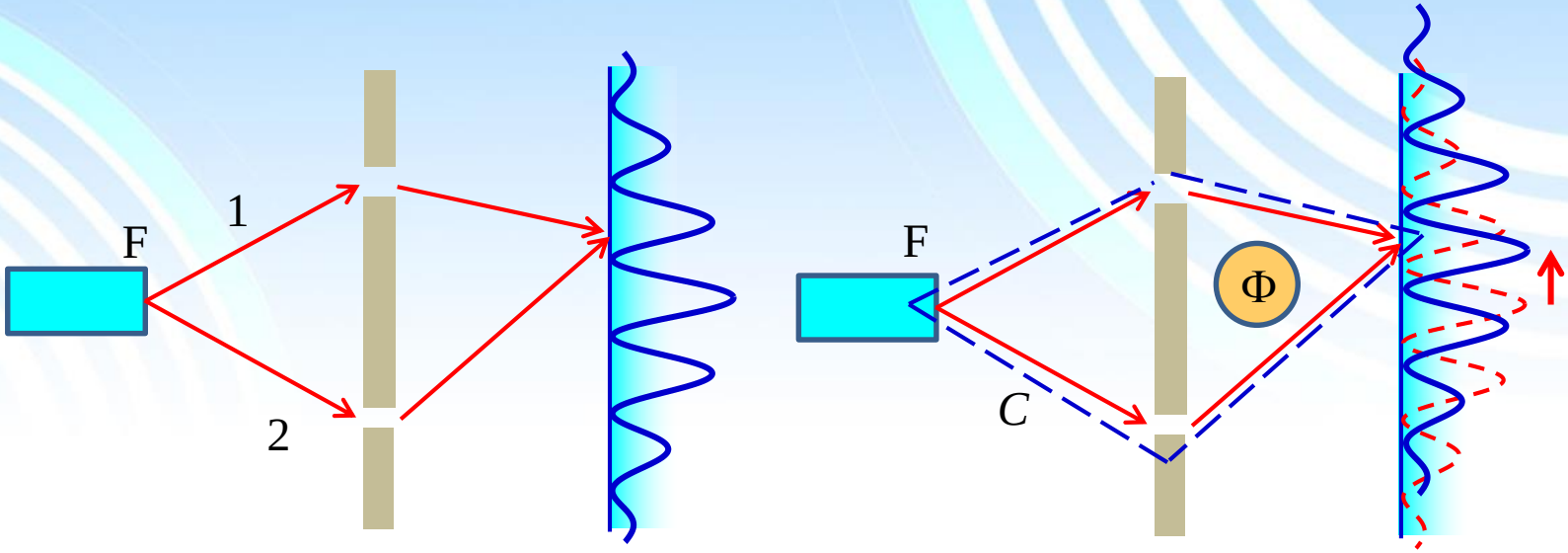
２重障壁ダイオードの伝導
Appl. Phys. Lett. **12**, 593 (1974).

Richard A. Webb

Aharonov-Bohmリングの伝導
Phys. Rev. Lett. **25**, 2696 (1985).



Aharonov-Bohm効果



$\boldsymbol{A}$: ベクトルポテンシャル　$\boldsymbol{p}_{\mathrm{c}} = m\boldsymbol{v} - e\boldsymbol{A}\ (e > 0)$

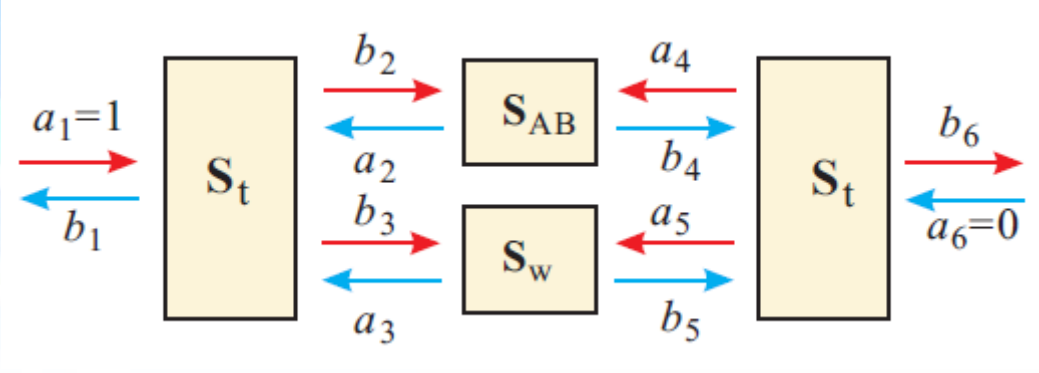
$\boldsymbol{r}_1$から$\boldsymbol{r}_2$までの移動
位相進みの磁場変化　：　$\Delta\theta = \int_{\boldsymbol{r}_1}^{\boldsymbol{r}_2} \frac{e}{\hbar}\boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r}$　　Aharonov-Bohm位相

(ゲージ不変性からの要請)

$$\Delta\theta = 2\pi\frac{e}{h}\left[\int_1 \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r} - \int_2 \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r}\right] = 2\pi\frac{e}{h}\oint_C \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{r} = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$\Phi_0 \equiv \frac{h}{e}$　：磁束量子

S行列を用いたAharonov-Bohm リングシミュレーション



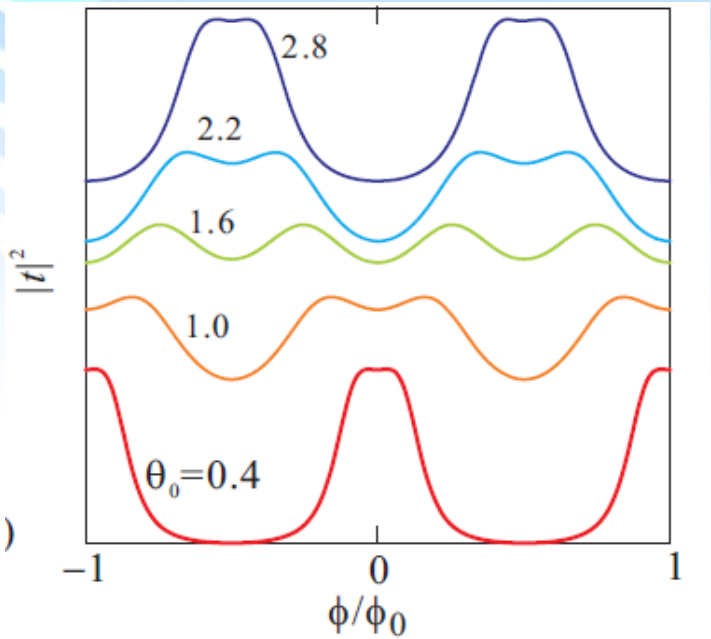
$$S_t = \begin{pmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} & 1/2 & -1/2 \\ -1/\sqrt{2} & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \qquad S_{\mathrm{w}} = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta_0} \\ e^{i\theta_0} & 0 \end{pmatrix}$$

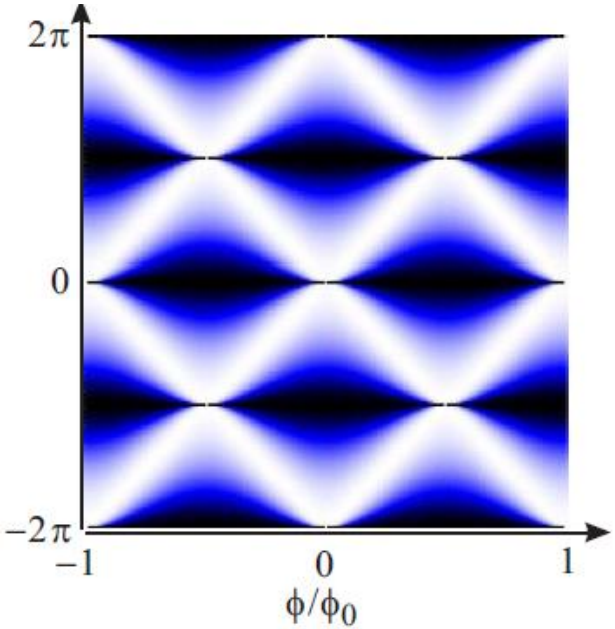
$$S_{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\theta_{\mathrm{AB}}} \\ e^{-i\theta_{\mathrm{AB}}} & 0 \end{pmatrix} \qquad \theta_{\mathrm{AB}} = 2\pi\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{e}{\hbar}\phi$$

以上より，合成S行列から得られる複素透過係数は

$$t = \frac{4\sin\theta_0}{1 + e^{i\theta_{\mathrm{AB}}}\left(e^{i\theta_{\mathrm{AB}}} + e^{i\theta_0} - 3e^{-i\theta_0}\right)}$$

AB振動位相のロック





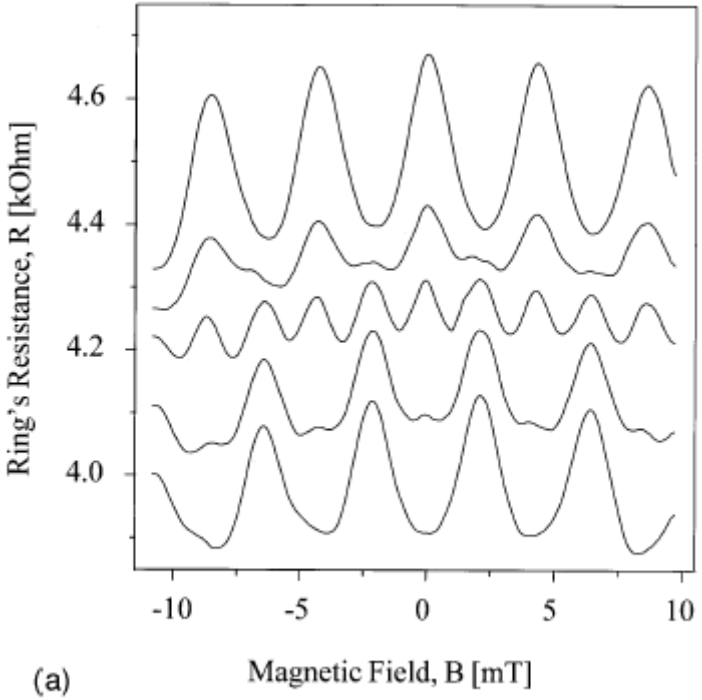
オンサガー相反性より　$|t(\phi)|^2 = |t(-\phi)|^2$

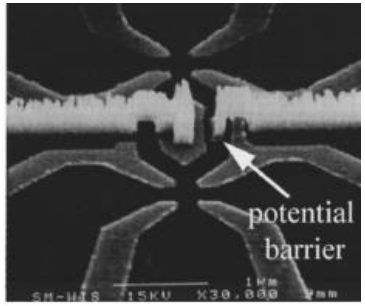
(すべての２端子素子)

従って，AB振動が完全に正弦波的とすると

$$\Delta G(B) = G_0 \cos\left(\frac{2\pi\phi}{\phi_0}\right)$$

しかあり得ないことになる．





A. Yacoby et al. PRB53, 9583 (1996).

Sパラメタと高周波デバイス

DATA SHEET

NEC

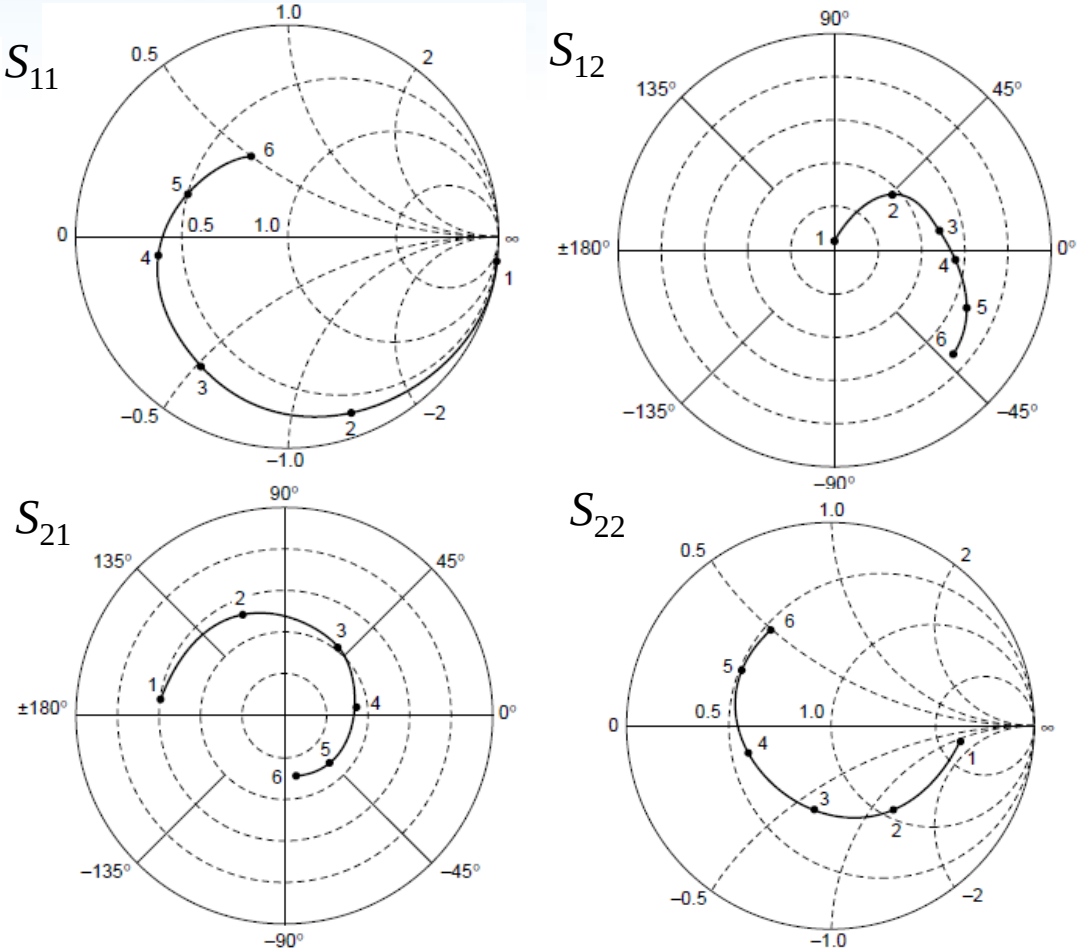
GaAs MES FET

NE76084

C to Ku BAND LOW NOISE AMPLIFIER
N-CHANNEL GaAs MES FET

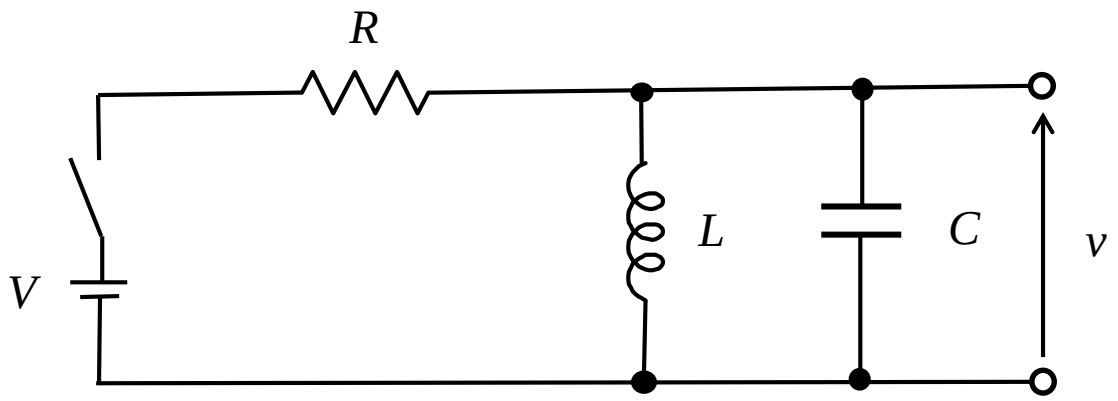
S-PARAMETERS

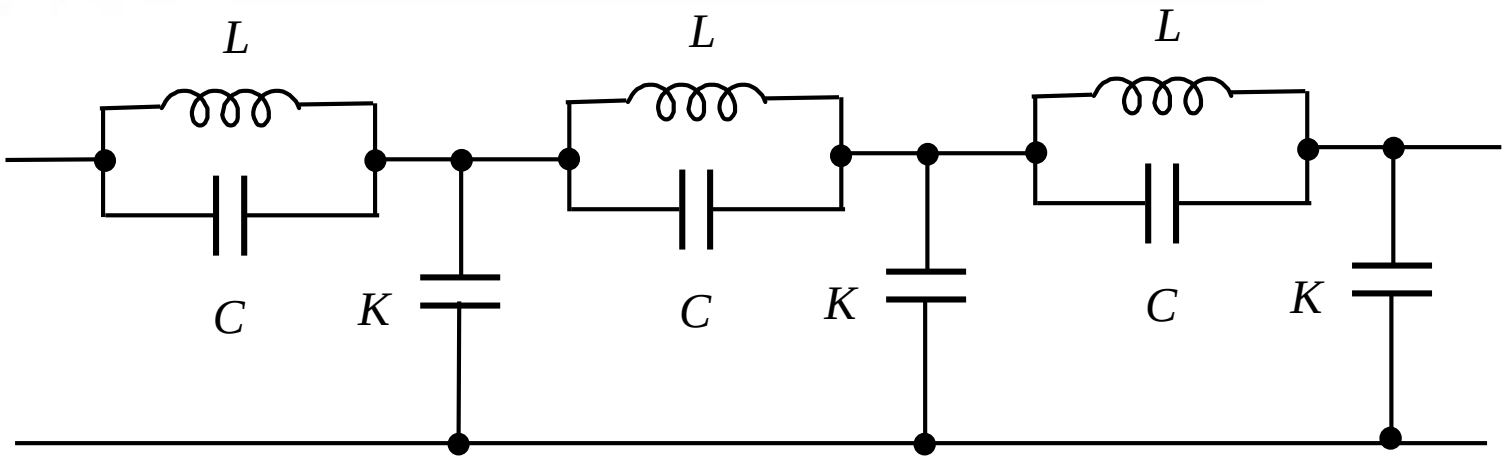
V_{DS} = 3 V, I_D = 10 mA
START 500 MHz, STOP 18 GHz, STEP 500 MHz



練習問題3-1

下の図のようなLC共鳴回路に定電圧電源とスイッチがつながっている．
t =0でv =0として，t =0でスイッチをONした．v の時間変化を議論せよ．
定数については適当に場合分けをしてもよい．



練習問題3-2

下のような伝送路の分散関係について議論しなさい.