電子回路論 第 12 回

勝本信吾
東京大学理学部・理学系研究科 (物性研究所)

2014 年 12 月 29 日

前回のサマリー

回路の言葉で表す雑音　雑音電源と無雑音インピダンス，無雑音増幅器
熱雑音　ナイキストの定理
ショット雑音　デルタ関数による表現
その他の雑音　1/f 雑音，バルクハウゼン雑音，ポップコーン雑音，アバランシェ雑音
増幅器と雑音　雑音指数，雑音電圧の計算法

第 5 章 信号，雑音，波形解析　(続き)

5.3　変調とアナログ信号伝送

前章まで，電子回路とは何らかの時間に依存する電気的信号 $f(t)$ を扱うもの，として考え，その目的のために人間が電磁場というものをどのように飼いならしていくか，ということを主題に，これまで開発されてきた様々な手法について述べた．前々節でこれに雑音，というものが重畳されている，という物理的事実を述べた．すなわち，電気信号には必ず統計的なゆらぎが存在し，それは，回路的には付加的な電源として扱われる．

本節では，この電気信号というものにどのように人間が情報を載せるのか，ということを考える．「『信号』はすでに信号ではないのか？」と思われるかもしれないが，例えば正弦波の信号を送ったとして，そのままでは「信号が送られている」という情報しか伝えることができない．言わば，紙の上にインクで文字を書いていくように，この電気信号の上に情報を書き込んでいく手法について見ていこう．物理実験においては，意志を持った送り手が情報を電気信号に乗せてくる，ということはないわけであるが，それでもこの「変調法」は，信号を分離したり，雑音を抑えたり，様々な局面で有用になる．なお本節で眺めるのは，アナログ変調方式であり，現在通信において広く使われているディジタル変調方式については，ディジタル回路を学んだ後に触れることにする．

5.3.1　変調と復調

もっともプリミティブな信号伝送方式として基底帯域通信 (baseband communication) がある．これは，例えば $f(t)$ で表されるような音波を信号として送りたい場合，例えば $V(t) = f(t)$ ($J(t) = f(t)$) となるような電圧 (電流) 信号として伝送路に乗せてしまう方法である．オーディオアンプから出ているスピーカーケーブルにはこのような「信号」が乗っており，スピーカーという変換器 (transducer) によって音波として復元される．ケーブル直結型のインターフォンや館内放送なども同様である．これらは，主に低周波域に大きなパワースペクトルを持っている[*1]．

これに対して，$f(t)$ という信号を，$f(t)$ が含むよりも遥かに高い周波数成分から形成される**搬送波** (carrier (wave))

[*1] 単に $V(t) = f(t)$ のように書いてしまうと，直結媒体によるディジタル伝送なども同様であるが，基底帯域信号という概念は，もちろんこれらには適用しない．

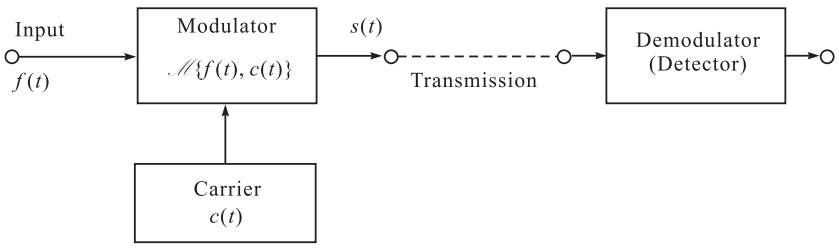


図 5.6　変調復調による搬送通信について，ブロックダイアグラムで示した．変調過程とは，入力信号 $f(t)$ と搬送波信号 $c(t)$ から汎関数出力として $\mathscr{M}\{f(t), c(t)\}$ を得る操作，と見ることができる．

に乗せて送る方式を**搬送通信** (carrier communication) という．電磁波を使用したい場合，１つの伝送路に多数の情報路を担わせたい場合などは，現実的にはこの方法を取らざるをえない．

時間に対して連続的で，発振も容易で解析の上でも素性の良い正弦波を搬送波 (正弦搬送波，simusoidal carrier) とする方法は，**振幅変調** (amplitude modulation, AM) と**角度変調** (angle modulation) とに大別され，後者は**周波数変調** (frequency modulation, FM) あるいは **位相変調** (phase modulation, PM) と呼ばれることもある．

一方，時間軸上で離散的に近い搬送波を用いる方法では，パルス列を使うパルス変調法があり，振幅，時間軸上の位置，幅にそれぞれ信号を載せる方法 (pulse amplitude modulation, PAM; pulse position modulation, PPM; pulse width (duration) modulation, PWM (PDM)) がある．

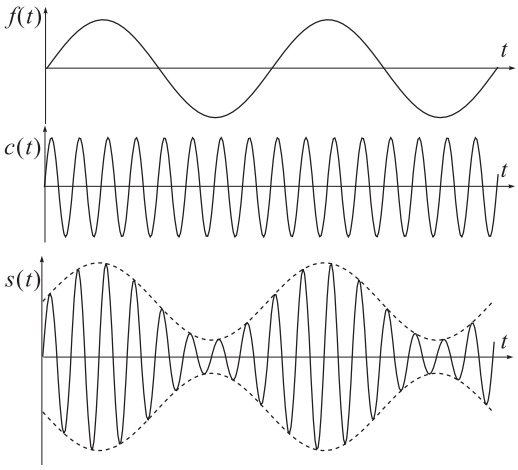


図 5.7　周波数変調の波形例

これら搬送波に載った信号を受信側で元の $f(t)$ に戻すのが**復調** (demodulation) あるいは **検波** (detection) と呼ばれる操作である．図 5.6 に一連の信号伝送過程をブロックダイアグラムとして示した．ここに示したように，変調過程とは，入力信号 $f(t)$ と搬送波信号 $c(t)$ から汎関数出力として $\mathscr{M}\{f(t), c(t)\}$ を得る操作，と見ることができる．

5.3.2　振幅変調

振幅変調は, 左図のように搬送正弦波の瞬時振幅に信号を載せるもので, 規格化入力信号 $f(t)$ ($|f(t)| \leq 1$, 搬送波 $c(t) = A\cos\omega_c t$ に対して出力

$$s(t) = A[1 + mf(t)]\cos\omega_c t \tag{5.29}$$

を与えるものとして定義される．変調度 (modulation index) m は，通常 $0 < m \leq 1$ である．$m > 1$ (過変調) の場合，$1 + mf(t) < 0$ の領域が現れ，ゼロ点に関する折り返し歪が発生する．(5.29) をフーリエ変換すると，

$$\begin{aligned} S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{i\omega t}dt &= \int_{-\infty}^{\infty} A[i + mf(t)]\cos(\omega_c t)e^{i\omega t}dt \\ &= A\left\{\pi[\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)] + \frac{m}{2}[F(i(\omega - \omega_c)) + F(i(\omega + \omega_c))]\right\} \end{aligned} \tag{5.30}$$

が得られる．ただし，$F(i\omega)$ は $f(t)$ のフーリエ変換で，$f(t)$ を実関数と考えれば，$F(i\omega) = F^*(-i\omega)$ である．

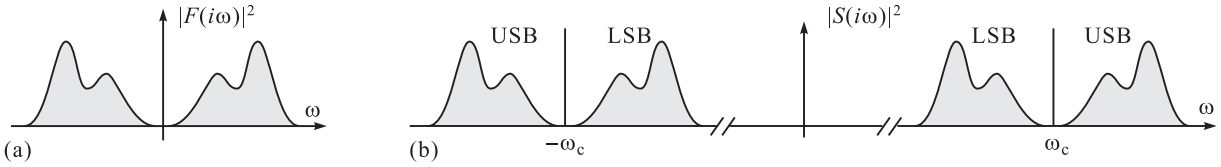


図 5.8　基本振幅変調方式 (5.30) の周波数パワースペクトル．(a) 入力信号 $f(t)$ のフーリエ変換パワースペクトル $F(i\omega)|^2$ の例を模式的に描いたもの．(b) (a) の $F(i\omega)$ に対する変調信号 $s(t)$ のフーリエ変換パワースペクトル $|S(i\omega)|^2$．LSB と USB の中央 $\pm\omega_c$ の所にデルタ関数スペクトルが立っている．

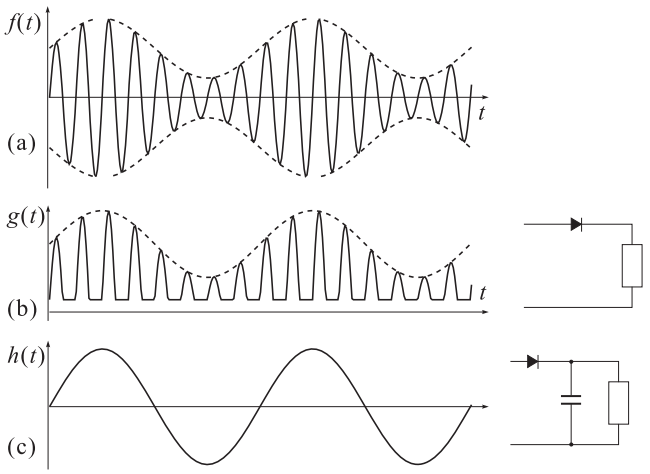


図 5.9　基本振幅変調信号の復調信号例模式図．実際に通信で使用されているものは，少なくとも搬送波の ω_c は信号の周波数の 1000 倍程度でずっと細かいものである．(a) 入力信号．(b) 右の簡単なダイオード回路で半波整流が行われた信号．(c) 高周波成分がキャパシタによりカットされ，元の信号が復元される．(包絡線検波方式)．

パワースペクトル $|F(i\omega)|^2$ は，図 5.8(a) のように，偶関数となる．これを変調信号としてキャリアに乗せると，(5.30) のように，$\pm\omega_c$ の所にキャリアのデルタ関数スペクトルが立ち，その左右に $|F(i\omega)|^2$ で $\pm\omega$ に現れていたスペクトルがそのまま移動した形となる．このように，入力時点では $\omega = 0$ での折り返しによる見かけ上のものだった負の周波数のスペクトルが，変調信号では ω_c からの上下へのずれとして意味を持つようになる．この ω_c より高周波側の信号帯を**上側波帯** (upper sideband, USB)，低周波側の信号帯を**下側波帯** (lower sideband, LSB) と呼ぶ．

図 5.9 に，振幅変調された信号を受信側で復調する手続きと回路例を示した．図のように，送信側に比べて極めて簡単な回路によって復調が実現される．電子回路の入門としていわゆる「鉱石ラジオ」というのが良くトライされる所以である．

変調信号 (5.30) をそのまま送信する場合，送信信号には情報が事実上含まれていない搬送波 ω_c 成分と，LSB, USB という全く同じ情報を含む成分とが混在している．電磁波などによる伝送の場合，帯域幅を必要量の二倍以上使用し，送信電力も非常に余計に使っていることになる．そこで，周波数フィルターを用いて残存搬送波と USB あるいは LSB の片方を取り除いて一方の側波帯のみによる通信，**単側波帯** (single side-band, SSB) 通信方式も良く使用される．この SSB では，音声信号のように超低周波域に信号がない場合は良いが，データ通信などで直流成分なども信号に含まれている場合，側波帯がキャリアとオーバーラップしてしまい，フィルターでのカットが困難となる．このような場合は，対称側波帯の内一部を残す**残留側波帯** (vestigial sideband, VSB) 方式が取られる．

5.3.3　角度変調

振幅変調方式では，入力信号帯域が (搬送波の上下で 2 倍となる以外は) そのまま平行移動する形であり，入力信号に対する線形操作はそのまま変調信号に反映される，線形変換である．これに対して，角度変調は非線形変換であり，伝送帯域は原信号の 2 倍以上になるが，一方，信号対雑音比の上では後で見るように利点があり，多く使用される変調方式である．

角度変調信号を次のように表す．

$$s(t) = A\cos\theta_{\rm i}(t), \quad \theta_{\rm i}(t) = \omega_{\rm c}t + \phi[t, f(t)]. \tag{5.31}$$

微分角振動数 $\omega_{\rm i}$ は次のようになる．

$$\omega_{\rm i}(t) = \frac{d\theta_{\rm i}(t)}{dt} = \omega_{\rm c} + \frac{d\phi[t, f(t)]}{dt}. \tag{5.32}$$

入力信号 $f(t)$ に $d\phi/dt$ を比例させる変調を周波数変調，ϕ を比例させる変調を位相変調と呼ぶ．

$$\frac{d\phi[t, f(t)]}{dt} = k_f f(t) \quad \text{(FM)}, \quad \phi[t, f(t)] = k_p f(t) \quad \text{(PM)}. \tag{5.33}$$

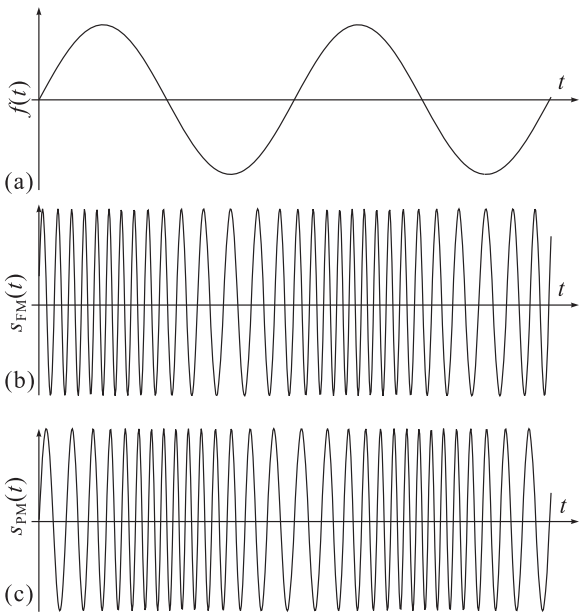


図 5.10　角度変調信号の模式図．(a) 信号．正弦波とした．(b) 周波数変調信号．(c) 位相変調信号．

従って，

$$s_{\mathrm{FM}}(t) = A\cos\left[\omega_{\mathrm{c}}t + k_f\int^t f(\tau)d\tau\right], \tag{5.34}$$

$$s_{\mathrm{PM}}(t) = A\cos[\omega_{\mathrm{c}} + k_f f(t)] \tag{5.35}$$

である．したがい，振動数シフト，位相シフトの最大値は，それぞれ

$$\Delta\omega = k_f|f(t)|_{\max}| \equiv k_f f_{\max}, \quad \Delta\phi = k_f\left|\int^t f(\tau)d\tau\right|_{\max} \quad \text{for FM}, \tag{5.36}$$

$$\Delta\omega = k_p|f'(t)|_{\max}, \quad \Delta\phi = k_p|f(t)|_{\max} \quad \text{for PM} \tag{5.37}$$

となる．

周波数変調，位相変調は以上のように異なっているように見えるが，実際の信号の上では振動数 ω の成分で見ると位相が $\pi/2$ だけ異なるだけで，図 5.10 のようになって信号の外形から本質的な違いを見出すのは困難である．また，変調後の周波数スペクトルも一般信号については明確なことは言い難い．信号波形が単純な正弦 (余弦) 波

$$f(t) = A_p\cos\omega_p t$$

であるとすると，$\phi_{\mathrm{FM}} = (k_f A_p/\omega_p)\sin\omega_p t$ であるから，

$$s_{\mathrm{FM}} = A\cos(\omega_{\mathrm{c}}t + \beta\sin\omega_p t) = A\mathrm{Re}\left[\exp(i\omega_{\mathrm{c}}t)\exp(i\beta\sin\omega_p t)\right] \quad \left(\beta \equiv \frac{k_f A_p}{\omega_p} = \frac{\Delta f}{f_p}\right).$$

$\sin\omega_p t$ が $T = 2\pi/\omega_p$ の周期関数であることから，$\exp(i\beta\sin\omega_p t)$ はフーリエ級数に展開でき，

$$\exp(i\beta\sin\omega_p t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\exp(i\omega_p t), \tag{5.38a}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\exp(i\beta\sin\omega_p t)\exp(-in\omega_p t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\exp[i(\beta\sin\theta - n\theta]d\theta = J_n(\beta) \tag{5.38b}$$

である．ここで，$J_n(x)$ は n 次の第 1 種ベッセル関数である．すなわち，

$$s_{\mathrm{FM}}(t) = A\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\cos[(\omega_{\mathrm{c}} + n\omega_p)t] \tag{5.39}$$

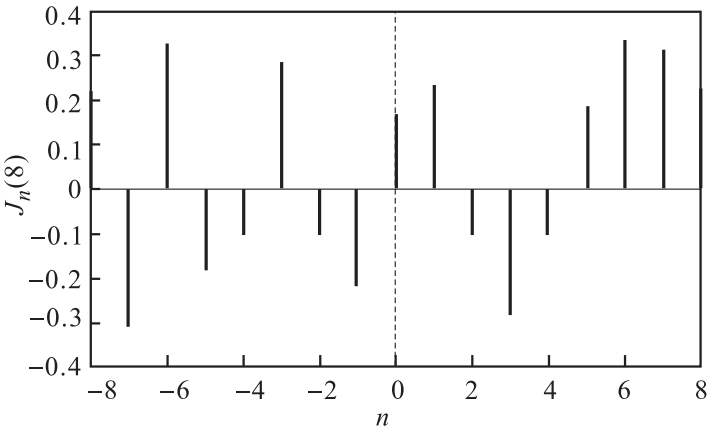


図 5.11　第一種ベッセル関数 $J_n(x)$ を，$x = 8$ の場合に，n に対してプロットしたもの．横軸は，周波数変調の場合の $(\omega - \omega_c)/\omega_p$ と見ることができ，棒の高さがその位置に立つデルタ関数スペクトルの係数を表している．

より，周波数スペクトルは

$$S_{\mathrm{FM}}(i\omega) = \pi A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)\{\delta[\omega - (\omega_c + n\omega_p)] + \delta[\omega + (\omega_c + n\omega_p)]\} \tag{5.40}$$

となる．

すなわち，デルタ関数スペクトルが ω_c の周りに等間隔に無限に並んだ形になる (図 5.11)．図では，デルタ関数の係数の符号と大きさを矢印で示している．これは，ベッセル関数の性質 $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$ などを当然反映したものである．実用上は，この無限に広がる信号帯域を使用する必要はなく，(5.36) の $\Delta\phi$ に応じて適当な帯域を用意すれば良い．これは，確固とした基準があるわけではなく，以下のように見積もられる．$\omega_c - k_f f_{\max} \le \omega_i(t) \le \omega_c + k_f f_{\max}$ とする．この $\omega_i = d\theta_i/dt$ (瞬時角振動数, instantaneous angular frequency と呼ばれる) の変動幅 $2k_f f_{\max}$ を ω_f とする．入力信号 $f(t)$ の方の帯域を ω_w とすると，標本化定理 (後述，**??**節) により，$f(t)$ は時間幅 π/ω_w の階段的な関数と信号論的に等価であり，それぞれの階段を構成する信号帯域は $\pm 2\omega_w$ より $4\omega_w$ である．結局，変調信号の周波数スペクトルは $\omega_c - k_f f_{\max} - 2\omega_w$ から $\omega_c + k_f f_{\max} + 2\omega_w$ に存在する．以上の考察からは必要帯域として，

$$\omega_{\mathrm{bw1}} = 2(k_f f_{\max} + 2\omega_w) = 2(\omega_f + 2\omega_w) \tag{5.41}$$

と見積もられる．一方，仮に全電磁波帯域を使用して送信したとして周波数に対する電力分布を求め，使用周波数帯域が全電力の 98% をカバーするように帯域を決めると，

$$\omega_{\mathrm{bw2}} = 2(\omega_f + \omega_w) \tag{5.42}$$

となる．実際には，帯域に応じて，(5.41) と (5.42) の間を適当に取る ($\omega_{\mathrm{bw}} = 2(\omega_f + \xi\omega_w)$ として，ξ を $1 \le \xi \le 2$ に取る) ことが行われている．

5.3.4　周波数変調信号の復調

FM 信号の復調を行う回路には AM に比べると多くの種類がある[*2]．中でも最も簡単なものが図 5.12 に示す 2 共鳴回路検波方式である．

これは，LC 共鳴回路の共鳴周波数からシフトした領域で，定電圧振幅バイアスをすると，流れる交流電流振幅が周波数に対して線形に変化する領域があることを用いている．すなわち，FM 信号が負荷に対しては AM 信号に変化するのでここに AM 信号を復調するためのダイオードを挿入する．2 つの共鳴回路を用いるのは，図 5.12(b) に示したように，2 つの共鳴回路の共鳴周波数をずらして，AM 検波出力の符号を反転させることで，線形領域を広く取り，帯域を稼ぐためである．トランス (相互インダクタンス) 結合を用いているのは，もちろん，これらの共鳴回路に信号を分配して定電圧振幅駆動をし，また，差動出力として出力信号の結合 (加算) を容易にするためである．

[*2] AM 系でも SSB 信号の復調には，一旦キャリアが入った基本変調信号へ戻して復調するプロダクト検波が必要になり，多くの種類が使用される．

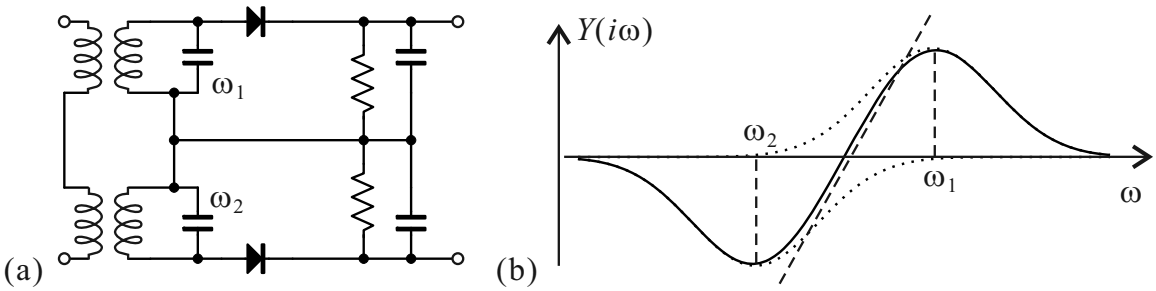


図 5.12　(a) FM 信号の 2 共鳴回路式復調回路．共鳴周波数をずらした 2 つの共鳴回路の検波出力を符号を反転させて合成する．(b)　合成共鳴回路のアドミタンスの ω 依存性．中央付近の直線的に変化する付近を使用する．

5.3.5　変調と雑音

次に，この代表的な 2 つの変調方式について，雑音特性を調べよう．ここで直接考慮するのは，伝送路を伝播中に何らかの外来雑音が混入する場合であり，これも図 5.13 のように伝送路と受信段の間で雑音が信号に加算される (搬送波に乗算される)，という形で回路に取り込むことにする．

単純振幅変調の場合，混入雑音信号を $n_{\rm i}(t)$ と書き，送信出力 (5.29) に対して受信信号が $r(t)$，それを復調した信号が $g(t)$ になるとして，

$$r(t) = A_r[1 + mf(t)]\cos\omega_{\rm c}t + n_{\rm i}(t) \tag{5.43}$$

$$g(t) = A_r mf(t) + n_{\rm o}(t) \tag{5.44}$$

とする．$n_{\rm o}(t)$ が出力雑音を表している．もちろん，実際の回路では入力から出力へはその途中で増幅や帯域フィルタにより信号帯域のみを拾い出す過程が入っている．増幅に関しては，既に見たように，NF を改善することはなく，変調に対する雑音の影響を考慮する上では考える必要がない．帯域フィルタについては，信号，雑音共に信号の帯域成分のみを考えることで事実上考慮されている．$n_{\rm i}$ を搬送波と同相成分と直交成分とに分けて $n_l(t)\cos\omega_{\rm c}t + n_r(t)\sin\omega_{\rm c}t$ と書くと，何らかの方法で搬送波の同期信号が得られれば同期検波[*3]により直交成分 $n_r(t)$ は復調信号から落とすことができる．これによって，$n_{\rm o}(t) = n_l(t)$ となる．(時間) 平均入力信号パワー $S_{\rm pr}$ および，平均出力信号パワー $S_{\rm po}$ は，

$$S_{\rm pr} = \frac{A_r^2}{2} + \frac{(A_r m)^2}{2}\langle f^2\rangle, \quad S_{\rm po} = A_r^2 m^2 \langle f^2\rangle \tag{5.45}$$

である．

雑音は，考えている帯域内で図 5.14 のように白色で角周波数あたりのパワースペクトルを n_a とする．入力段，出力での雑音パワーは

$$2 \times \frac{n_a}{2\times 2\pi} \times 2\omega_{\rm w} = \frac{n_a\omega_{\rm w}}{\pi}, \quad \frac{n_a \times 2\omega_{\rm w}}{2\pi} = \frac{n_a\omega_{\rm w}}{\pi} \tag{5.46}$$

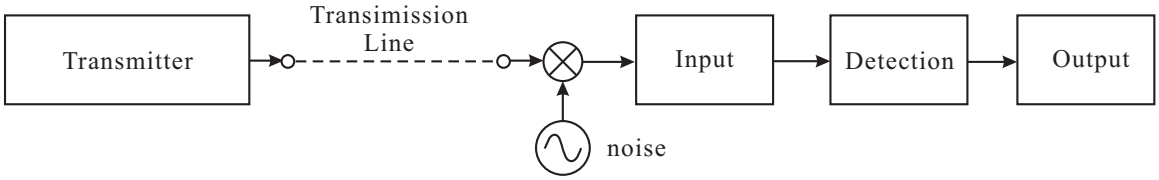


図 5.13　外来ノイズを送信受信ラインに取り込む．

[*3] 同期信号との乗算回路により，同相信号だけ取り出す検波方式．ロックイン増幅器の位相敏感検波 (phase sensitive detection, PSD) などが代表例．

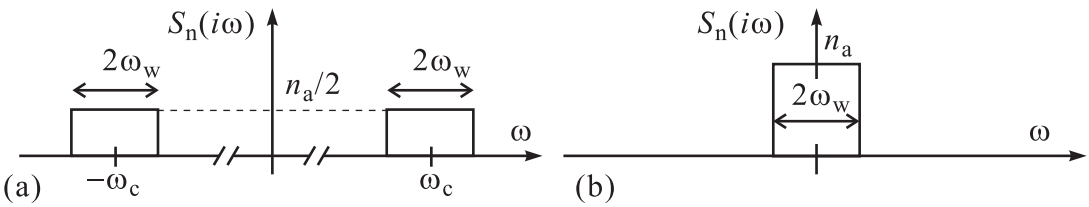


図 5.14　AM 変調信号に対する雑音を模式的に描いた．白色雑音を仮定し，信号帯域での電力分布を示した．(a) 入力段での雑音電力．(b) 復調後の雑音電力．

となるので，入力，出力の S/N 比は

$$\left.\frac{S}{N}\right|_{\rm in} = \frac{\pi[A_r^2 + (A_r m)^2\langle f^2\rangle]}{2n_a\omega_{\rm w}}, \tag{5.47}$$

$$\left.\frac{S}{N}\right|_{\rm out} = \frac{\pi A_r^2 m^2\langle f^2\rangle}{n_a\omega_{\rm w}} = 2\eta\left.\frac{S}{N}\right|_{\rm in} \tag{5.48}$$

と表される．ここで，

$$\eta = \frac{m^2\langle f^2\rangle}{1+m^2\langle f^2\rangle} \tag{5.49}$$

は，電力伝送効率と呼ばれ，$0 < m \le 1$ であるから一般に $\eta < 1/2$ であり，入力 f が正弦波の場合は $\langle f^2\rangle = 1/2$ より $\eta < 1/3$ である．

次に，角度変調の場合を考えよう．AM の場合と同様，同相ノイズを n_l，直交ノイズを n_r とする．受信信号 $r(t)$ を，

$$\begin{aligned} r(t) &= A_r\cos[\omega_{\rm c}t+\phi(t)] + n_l(t)\cos\omega_{\rm c}t - n_r(t)\sin\omega_{\rm c}t = A_r\cos[\omega_{\rm c}t+\phi(t)] + A_{\rm n}(t)\cos[\omega_{\rm c}t+\phi_{\rm n}(t)] \\ &= V_r(t)\cos[\omega_{\rm c}t+\theta(t)] \quad (\theta(t) = \phi(t)+\phi_{\rm no}(t)) \end{aligned} \tag{5.50}$$

と書く．$A_{\rm n}(t)$ は雑音の包絡線振幅，$\phi_{\rm n}$ は雑音位相，$\phi_{\rm no}(t)$ は入力の位相雑音である．この受信信号の包絡線振幅を $A_{\rm e}$ とすると，

$$A_{\rm e} = \sqrt{A_r^2 + A_n^2(t) + 2A_rA_{\rm n}(t)\cos[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]}, \tag{5.51a}$$

$$\phi_{\rm no} = \arctan\frac{A_{\rm n}(t)\sin[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]}{A_r + A_{\rm n}(t)\cos[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]} \tag{5.51b}$$

である．

角度変調信号の復調に関しては回路がやや複雑になるため触れなかったが，理想復調器では復調信号は包絡線振幅 $A_{\rm e}$ の雑音 (時間変動成分) には依存せず，位相成分のみ抽出できるとする．信号振幅が雑音振幅に比べて十分大きい ($A_r \gg A_{\rm n}(t)$) と仮定すると，位相雑音は次のように近似される．

$$\phi_{\rm no} \cong \arctan\left[\frac{A_{\rm n}(t)}{A_r}\sin[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]\right] \cong \frac{A_{\rm n}(t)}{A_r}\sin[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]. \tag{5.52}$$

入力段での時間平均信号電力は明らかに $A_r^2/2$ である．一方，平均入力雑音電力 $N_{\rm i}$ は，パワースペクトル $n_a/2$ の白色雑音を仮定して，信号の全帯域幅を $\omega_{\rm B}$ とすると，AM の場合と同じく $n_a\omega_{\rm B}/\pi$ である．従って，入力段 S/N 比は次のようになる．

$$\frac{S_{\rm i}}{N_{\rm i}} = \frac{\pi A_r^2}{n_a\omega_{\rm B}}. \tag{5.53}$$

復調後の S/N 比は PM と FM とで異なる．PM の復調出力 $\theta(t)$ の内，信号成分は $k_pf(t)$，平均信号電力は $k_p^2\langle f^2\rangle$ である．平均雑音電力は

$$N_{\rm oPM} \cong \frac{1}{A_r^2}\langle A_{\rm n}(t)^2\sin^2[\phi_{\rm n}(t)-\phi(t)]\rangle$$

であるが，$\phi_{\rm n}(t)$ は $[0,2\pi]$ に一様に分布していて復調フィルタにより消去されることが知られている．これを加味すると，

$$N_{\rm oPM} \cong \frac{1}{A_r^2}\langle A_{\rm n}(t)^2 \sin^2\phi(t)\rangle = \frac{n_a\omega_{\rm w}}{\pi A_r^2} \tag{5.54}$$

となる．今，$f(t)$ が正弦波 $A_p\cos\omega_p t$ であるとすると信号電力は $\beta^2/2$ となり，$\beta \equiv k_p A_p$ として，$\omega_{\rm B} = 2(\beta+k)\omega_{\rm w}$ と表せるので，S/N 比は

$$\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}} = \frac{\beta^2}{2}\frac{\pi A_r^2}{n_a\omega_{\rm w}} = \frac{\beta^2}{2}\frac{\omega_{\rm B}}{\omega_{\rm w}}\frac{\pi A_r^2}{n_a\omega_{\rm B}} = \beta^2(\beta+k)\frac{S_i}{N_i} \tag{5.55}$$

と求められる．

FM の場合は，復調信号出力は $d\theta/dt$ である．信号成分，平均電力はそれぞれ $k_f f(t)$，$k_f^2\langle f^2\rangle$ となる．雑音成分は $dn_{\rm no}/dt$ で，$\phi_{\rm n}$ については先に述べたのと同じ理由で落ちるため，平均雑音電力は次のようになる．

$$N_{\rm oFM} = \left\langle \frac{dn_{\rm no}}{dt}\right\rangle = \frac{1}{A_r^2}\left\langle \frac{dn_l}{dt}\right\rangle = \frac{1}{A_r^2}\int_{-\omega_{\rm w}}^{\omega_{\rm w}} n_a\omega^2\frac{d\omega}{2\pi} = \frac{n_a\omega_{\rm w}^3}{3\pi A_r^2}. \tag{5.56}$$

復調後の S/N 比は，PM の時と同様，$\beta \equiv k_f A_p/\omega_{\rm w}$ と置いて

$$\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}} = 3\beta^2(\beta+k)\frac{S_{\rm i}}{N_{\rm i}} \tag{5.57}$$

と得られる．これより，S/N 比の関係は次のようになる．

$$\left.\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}}\right|_{\rm FM} = 3\beta^2\left.\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}}\right|_{\rm AM}, \quad \left.\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}}\right|_{\rm PM} = \beta^2\left.\frac{S_{\rm o}}{N_{\rm o}}\right|_{\rm AM}. \tag{5.58}$$

これより，ある程度変調を深くして，$\beta \geq 1/\sqrt{3}$ となれば S/N の面では FM が AM に対して優れ，$\beta \geq 1$ となれば PM も AM に対して優れていることがわかる．

付録 G：実験室のノイズ対策

雑音対策には、(1) 内部雑音を小さくする，(2) 雑音源をなくす，(3) 外部からの雑音を拾わないようにする、あるいは内部での不要な結合による雑音の混入を防ぐ，の 3 種類がある。また，測定系全体を考えれば同じ事であるが，(4) 外部へ雑音を出さないようにする、という対策も重要である．

このうち，(1) については本文で見てきたので，ここでは，(2) 以降について考える．

G-1 雑音源対策

(2) の雑音源をなくすことは，もちろん，最も有効な対策である．例として，大きな電流のスイッチングノイズについて考える．しばしば非常に大きくしかも不定期に雑音を発生するものに，電力制御のサイリスタがある．これは，図 5.15 のように，入力交流を「ちょん切る」事によってヒーターなどの消費電力を制御するものである．カットする位置が電圧の高い所や変化の大きな所であると，ヒーターには一種の鋭い波形のパルス列がかかることになり，電流の大きさを考えても非常に高強度の高周波雑音を発生する．

この場合，ヒーター制御を止めてしまうか直流電源制御に代えれば雑音の問題はなくなる．次善の策として，サイリスタでカットする位置を電圧零に限る，という手がある．

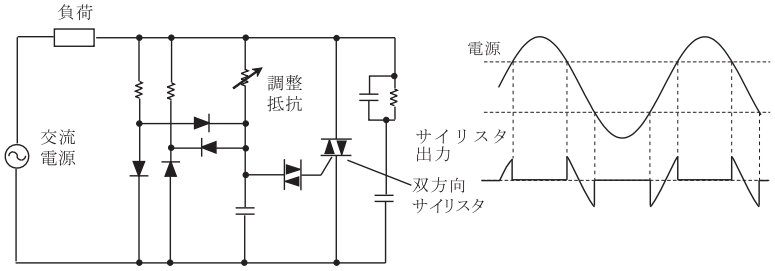


図 5.15　交流電源からサイリスタを用いて電力制御する回路例と正弦波を「ちょん切る」ことで生じるパルス列の模式図.

G-2 アース (接地) とシールド

アースはノイズ対策というよりは，電子回路全体の基本である．アースには様々なレベルの問題がある．第一に，測定系（実験室）全体のアースをどうとるかが問題である．単純には無限大キャパシタンスに抵抗零で接続されていれば良いが，実際には地球（地面）と接触する，というのが一般的である．

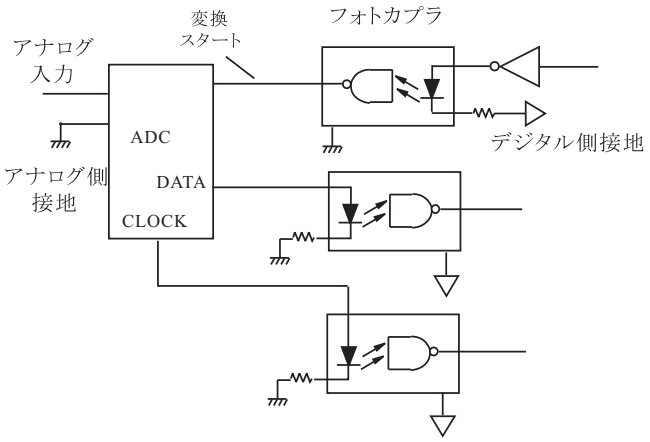


図 5.16　フォト・カプラを用いたデジタル回路とアナログ回路の分離法模式図.

アースの評価は，最も単純には接地抵抗で行われる．鉄筋・鉄骨の建物は一般に骨組み部分は設置されているので，簡単には窓枠や水道栓などに接触するのが最も簡単な接地法である．これで不満足であれば，専用のアースを準備することになる．アースの取り方も，単純に金属の杭を打ち込む方法から，沢山の導線を土に絡ませ，ゲル化物質を注入して接触抵抗を下げる方法など様々である．接触抵抗の測定には３点法などがよく使われる．

ただし，アースを取るためにケーブルを長々と引き回すと却ってノイズを拾う可能性がある．接地抵抗，および地面そのものも周波数特性を持っているので，動作周波数によってアースの取り方（場合によってはとらない事）にも注意が必要である．

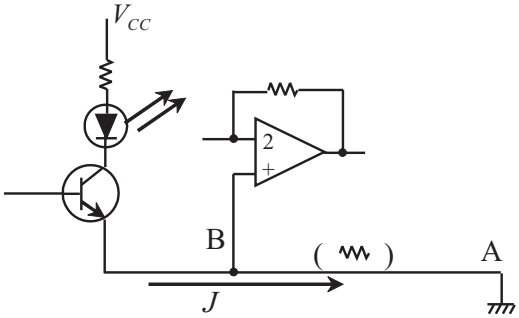


図 5.17　LED を光らせるために大きな電流を流すグラウンドを精密測定回路のグラウンドと共通にすると，わずかに存在する接地線の抵抗によって後者のグラウンドが不正確となる.

回路のアースの取り方にも色々と注意点がある．通常は，回路のシールドのためにも，また安全のためにも回路を包む筐体をアース電位とするのが普通である．対象とする周波数帯でアースの取り方も異なるので，絶対的な法則はないが，幾つかの原則を並べると，

1. デジタルとアナログのアースは分離すること.
2. 電流の流れるアースとそうでないものを区別すること.
3. グランドループを作らないようにすること.
4. 上記２項とも関係するが，１点でアースを取るようにすること.
5. 上記と矛盾する場合もあるが，最短距離で取ること.

などがある.

まず，デジタル・アナログのアース分離は，計測回路では特に重要である．デジタル信号は一般に矩形波的であり，多くの高周波成分を含んでいる．電源ライン，従ってアースラインに流れる電流も矩形波的となりアナログのアースラインと直結されていると，極めて大きなノイズが微小信号系に混入してしまう．希であるが逆の場合もあり，大電流パルスなどを扱うアナログ回路のアースとデジタル系を直結すると，パルスによって誤動作や回路の破壊を招くことがある．

アナログ・デジタルのアースライン分離法は様々である．図 5.16 はデジタル電圧計などに良く使われる方法で，比較的ノイズの少ない周波数の低い回路とノイズの多い回路を，フォトカプラで分離するもので，アナログ・デジタ

ルの分離ではなく，デジタル・デジタルの分離である．このような光による分離は物理的に明確で，様々に応用される．アナログ・デジタルを分離する方法としては，$V-f$(電圧－周波数）変換を行って光強度変調信号とし，デジタル側で周波数カウントを行うものがある．信号を電気から直流的な光強度そのものに変換して伝達する方法は，アナログ－デジタルインターフェースに限らずアナログ－アナログ間で例えば取り扱う電圧レベルが大きく異なる場合などに使用され，**アイソレーションアンプ**と呼ばれるものの一種である．アイソレーションアンプには，この他，差動アンプを用いるもの，トランスを用いるものなど，多くの種類がある．

次の，電流が流れるアースとそうでないアースの区別は，図 5.17 を見れば明らかであろう．A 点が実際の接地電位であったとすると，流している電流が小さい間は B 点もほぼ接地電位であるが，電流が大きくなるにつれて外れ，ノイズが混入するばかりでなく，回路動作が異常になる場合もある．これを避けるためにも，１点接地を行い，特に電流の大きなラインは筐体を使わず，直接電源部の出力に接続すべきである．

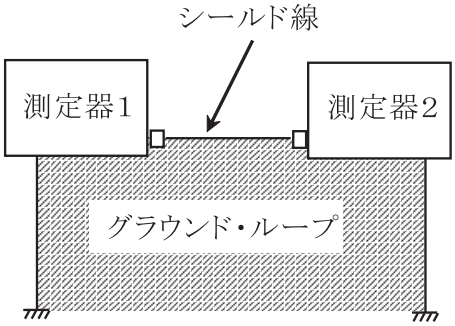
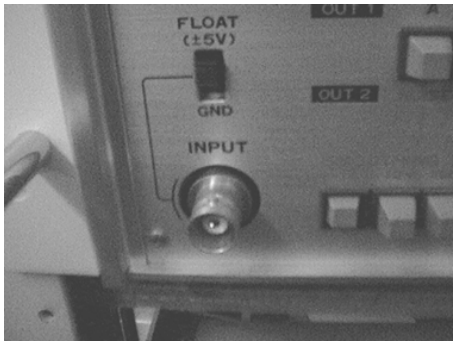


図 5.18　グラウンドループの模式図

グラウンドループとは，図 5.18 のように，アース線がループを形成してしまう事を言う．このようなループはできるだけ作らないか，できてしまった場合には，ループの面積を最小にする工夫が必要である．理由は明らかで，このループ内に磁気雑音が侵入した場合，アースラインに誘導電圧雑音が発生する．



同軸ケーブルは外部雑音遮蔽効果が大きいが，不用意につなぐと時として大きな雑音を拾う事がある．このため，直流から低周波を扱う機器では入力の BNC コネクタのシールドラインに接地－フロートスイッチを設けているものが多い（左図).「フロート」の位置ではシールドラインは適当な（数十 Ω 程度）抵抗を介して接地される．このスイッチを切り替えてフロートの場合に雑音が減るようだとグラウンドループができている可能性が高い．

アースを最短距離で取る事は，特に高周波回路で重要である．それも，広い面積のアース (**グラウンドプレーン**) に落とす事が必要である．これは，高周波では表皮効果によって導線の有効断面積が小さくなるためである．これを行うと，グラウンドループが発生する場合がある．このような場合も，ループの有効面積を極力小さくする工夫が有効である．

シールド（遮蔽）には、静電遮蔽と磁気遮蔽とがある。静電遮蔽は、十分厚い導体で囲まれた内部には、外部の静電的な電場変化の影響が伝わらないことを使うものだが、周波数の高い電磁波に対しても、反磁性電流の発生によって非常に有効に作用する。回路を包む筐体はもちろん、回路同士をつなぐケーブルやコネクタ類も十分厚い金属で覆われていることが望ましい。ただし、これらのシールドは、必ずアースなどにターミネートされていることが必要で、電位がきちんと決まっていないと逆に雑音発生源となることもある。この際もグラウンドループは極力作らないように注意する。実験室全体を静電遮蔽するシールドルーム（電波暗室）なども有効である。ただし、少しでもドアを開けていると効果は激減する。

静電遮蔽に発生する渦電流の減衰時間よりもゆっくりした磁気雑音の遮蔽は、通常の導体による遮蔽では難しく、透磁率の大きな磁性体や超伝導体を用いた磁気遮蔽が必要となる。磁性体を使う場合、外部の磁場の揺らぎに応答して磁化が変化しなければならないので、良く焼きなました、磁区変化のスムーズなものである必要がある。

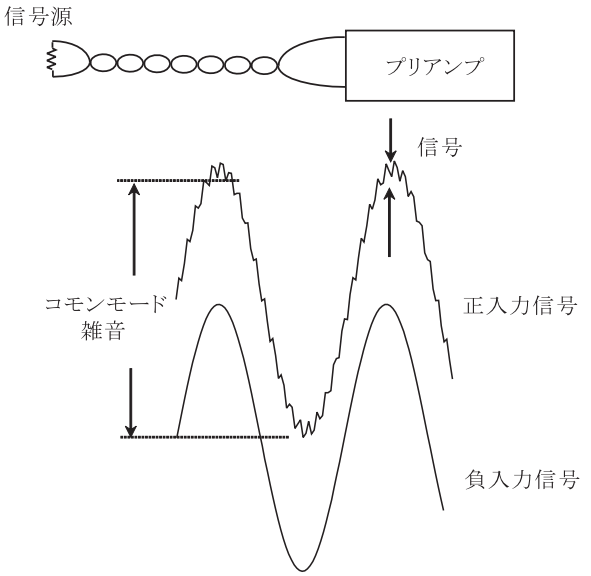
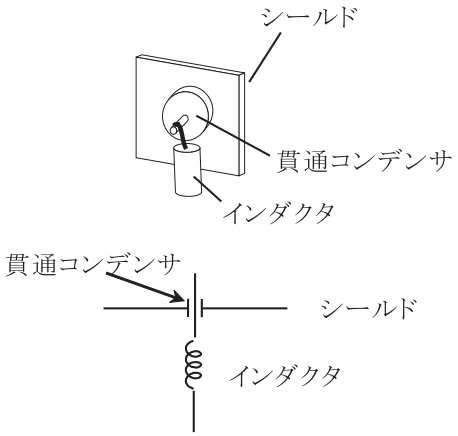


図 5.19　コモンモードノイズの模式図.



シールドケーブルにも、多数のケーブルにシールドの網線をかぶせた多芯シールドケーブルや、高周波回路で紹介した同軸ケーブルなど様々な種類がある。雑音や磁気的な結合を避けるために、芯線を２本づつより合わせた**ツイストペア**ケーブルと呼ばれるものもある。ただしもちろん、一対の信号線がうまくこのツイストペアに一致するようにしないと雑音低減効果はない。また，単芯のシールドケーブルを束ねて更にシールドをかぶせた２重シールドケーブルも使用される．これは，特にケーブルが動く際に絶縁体に発生する摩擦電気による雑音を低減するのに効果がある．シールドケース内に外部からケーブルを引き込む際には，ケーブルをアンテナとする高周波雑音の混入に注意する．このためには，例えば，左図のような**貫通コンデンサ**を用いたローパスフィルタなどが有効である．

G-3 デジタル雑音を防ぐ

再三述べたように，デジタル回路は高周波の雑音源なので，その遮断は重要である．既に述べたように，アースラインを分離する事，同様に電源ラインを分離する必要がある．高周波である事から空間にも放射される．これは，最初に挙げた中でも (4) の雑音放射防止対策が必要となる．この場合も遮蔽は有効である．また，プリント基板のパターニングなども，最短距離でできるだけ鋭角配線を作らないようにすると放射密度が減少する．遮蔽が難しく，放射雑音が大きいのが LED をダイナミックドライブした表示器である．これは，切り替え時に変化する電流が大きいことと，表示部分の遮蔽が困難であるため大きな雑音を放射していることが多い．良く使われている簡単なパネルメーターなどの設計にはほとんど雑音に注意を払っていない．これらは，極力液晶などの電流の小さなものに換え，ダイナミックドライブも避けるべきである．

計測に良く使用される GPIB(「コンピュータの利用」の項参照）も，電流の規格が大きくノイズを発生しやすい．また，パーソナルコンピュータ (PC) のバスは非常に多くの高周波雑音を含んでいるので，PC との直結は低雑音回路では絶対に避けるべきである．光インターフェースが市販されているのでこれを利用するのが簡便である．

G-4 コモンモードノイズを防ぐ

信号ラインにはしばしば大きな**コモンモードノイズ**が発生することがある．これは，図 5.19 のように信号の正負両方のラインに同じノイズ電圧が乗ることを意味する．入力インピダンスが大きい回路で，入力ラインが長く延びている場合，信号より桁違いに大きなコモンモードノイズが乗る場合もある．このような場合に有効なのが，差動増幅である．このためにはベースラインをアースで代用せず，正負両信号線を引く．性能の良い差動増幅器の場合，周波数にもよるが 80〜100dB 程度の CMRR が期待できるので，信号の 100 倍程度のコモンモードノイズが発生していても信号を分離できる可能性がある．インピダンスによっては，入力トランスを使うのも同等な効果がある．なお，次の EMC で「コモンモード雑音」と呼ぶものは，グラウンドレベルを一方の電極としてラインに乗じてくるもので，意味合いが異なっている．が，結果として，そのような雑音がここで言うコモンモードノイズを生じることになる．

付録 H：EMC

この 20 年位の間に電子回路の世界では，ElectroMagnetic Compatibility (EMC, 電磁両立性) ということが大変に問題になるようになっている．一口に言うと，各有目的電子回路がその動作を相互干渉しないようにしよう，という提案 (These) である．これまで集中定数回路については，局所電磁場を扱う素子とその間を電位関係を定め電荷移動を担う導線とによる構成系と考え，その近似が破たんする高周波領域では分布定数回路を導入することで回路という概念を拡大してきた．これは，高周波を伝送して各孤立電磁場間を高周波的にも結合しようとするこの見方に立てば，それぞれの個別回路も真空という伝送線路によって結合されており，扱う周波数によっては各回路孤立電磁場の近似が成立しなくなる．PC の発達に伴う CPU やバスの高周波化，携帯電話普及等により実際に電波機器や精密機器などの相互障害が大きな問題となり電磁干渉 (elecromagnetic interference, EMI) が問題となって EMC が回路の物理的設計 (実装) 上，法的な規制対象となっている．

EMC は以上からもわかるように，(1) 他の回路 (ローカル電磁場) に対して干渉電磁場を発生しない (EMI を出さない) こと，(2) 他の回路からの干渉電波が来ても正常動作を保つ (electromagnetic susceptibility, EMS) (耐障害性) とを 2 方向の「性能」と位置づけるものである．EMC 指令[*4] では，これらを指標付けして基準を作り，法令によってこれらを満たすことが義務付けられている．

電磁波も，これらの対策という観点では，(有効的) 導体伝送線路を通して伝播するものと，真空 (空気) を誘電体導波路として伝播するものとでは現実に大きく異なるため，区別して考えられている．EMI では伝導妨害 (導体系) と放射妨害，EMS では伝導イミュニティと放射イミュニティ，という具合である．更に，これら妨害電磁波の伝播「モード」として，地表面 (グラウンド) を導体対の一方として伝播するコモンモードと，そうでないノーマルモードに分けて考える[*5]．分類としては以上であり，以上の 8 つについてそれぞれ低妨害，高耐性を考えることになるが，詳細に入りすぎるので，以上の概念の説明に止める．

[*4] Directive 2004 ／ 108 ／ EC of the European Parliament and of the Council of 15 December 2004 on the approximation of the laws of the Member States relating to electromagnetic compatibility and repealing Directive 89 ／ 336 ／ EEC

[*5] 従って，EMC の意味で「コモンモード雑音」という時，付録 G で出てきた「コモンモードノイズ」とは意味合いが異なっている．