電子回路論 第8回

勝本信吾

東京大学理学部・理学系研究科 (物性研究所)

2014年11月23日

前回のサマリー

OP アンプ 電流増幅とカレントミラーを用いた差動増幅 バイポーラトランジスタ 動作原理.線形近似とhパラメタ.バイアス回路. 電場効果トランジスタ 線形近似 g_m, r_d空間電場制限による定電流化. 過渡応答 伝達関数による計算

第4章 過渡応答と分布定数回路 (続き)

4.2 分布定数回路

これまで使ってきた素子固有の局所電磁場 + 導線による電位伝達,電子回路の言葉では集中定数回路 (lumped constant circuit)の捉え方が不十分となるのは,本章冒頭でも述べたように,取り扱う信号の主要波長が導線と同程度以下になる場合である.

4.2.1 同軸ケーブル

高い周波数の信号は,電磁波として扱う必要がある.電磁波は空間を3次元的に拡散するから,信号を運ぶ電磁エ ネルギーの流れ (Poynting ベクトル)の減衰を極力抑えるためにも,電磁場を空間的に閉じ込め局在させることが 求められる.電場を閉じ込めるために頻用されるのが,平行平板キャパシタのような金属の対極構造である.これ を伝送路の形状に引き延ばしたものがマイクロストリップライン (strip line),導波管 (waveguide),同軸ケーブル (coaxial cable) などである.

同軸ケーブルは,GHz を超える高周波の伝送に使えるばかりではなく,低周波伝送においても対電磁ノイズ効果や 漏洩電流低減効果が大きく,フレキシブルで扱いやすいことから広範囲に使用されている.図 4.4(a)のように芯線 を誘電体のチューブ,円筒状の網線,場合によっては箔状の金属,被覆絶縁体の順に円筒状に配置したものである.



このように長く伸びた構造を,回路図の言葉で表現(近似)するために考えられたのが 分布定数回路(distributed constath circuit)である^{*1}.一つの考え方は,図4.4(c)のよ うに4端子回路を多数カスケード接続し,全体として長く伸びた部品を表現しようとい うものである.最も簡単には,図のように,インダクタLとキャパシタCで表現する. C は芯線と筒状シールドとの間の容量を表したものであることは明らかである.L は芯 線とシールドの持つ自己インダクタンスを表している.芯線に電流を流すとBiot-Savart の法則によって周囲に磁場が生じ,シールドについても同様である.電流が速く変化し ようとすると,この磁場の変化がこれを妨げる方向に起電力を生じ,インダクタンスとし

^{*1} 考案したのは, かの Oliver Heaviside (1850 \sim 1925) である, ということである [1].



図 4.4 (a) 同軸ケーブルの模式図. 切断点から内部構造を順に引き出した見取り図. (b) 実際の同軸ケーブルで (a) のようなことを行ってみた写真.ケーブル型番 RG59/U.外径は 6.2mm.特性インピダンス (後述) は 73Ω . オヤイデ電気 web page より. (c) 同軸ケーブルを表すための分布定数回路の離散表現.上:4 端子回路のカス ケード接続.下:インダクタとキャパシタによる最も簡単なモデル.

て働く.

分布定数回路の考え方では,この4端子回路を短くした極限を考え,左図のように伝導船方向の「無限小長さ」*dx* の4端子回路の無限カスケード回路と考える.流れる電流を*J*,芯線と被覆導体の間の電圧を*V*とすると,この*dx* 進む間に,電流 *dJ*がアドミタンス *Y dx*を通してグラウンドへ流れ,また,インピダンス *Z dx*を通して *dV* だけの 電圧降下が生じる.*Z*,*Y* はそれぞれ単位長さ当たりのインピダンス,アドミタンスである.すなわち,この「無限小4端子回路」について

$$dV = -JZdx, \quad dJ = -VYdx \tag{4.8}$$

となる.これはそのまま連立微分方程式と考えることができ,単一関数の形に書き直すと

$$\frac{d^2J}{dx^2} = YZJ,\tag{4.9a}$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = YZV \tag{4.9b}$$

という波動方程式になる.これを電信方程式 (telegraphic equation),線路方程式 (lineman's equation) などと呼ぶこともある.

$$\kappa \equiv \sqrt{YZ} \tag{4.10}$$

とおけば (κ は一般に複素数), x = 0 での J,V を J(0,t),V(0,t) として

$$J = J(0,t) \exp(\pm \kappa x), \quad V = V(0,t) \exp(\pm \kappa x)$$
(4.11)

である.ここで,時間に対して変化する成分のみ考えると,(4.11)を(4.9a)へ代入して

$$\frac{V}{J} = \mp \frac{Z}{\kappa} = \mp \sqrt{\frac{Z}{Y}} \tag{4.12}$$

となる.これをこの伝送線の特性インピダンス (characteristic impedance) と呼ぶ. $J(0,t) = J_0 \exp i\omega t$, $V(0,t) = V_0 \exp i\omega t$ と,角周波数 ω の成分を考えると, $\exp(-\kappa x)$ のかかったものが, x 方向への進行波, $\exp(\kappa x)$ の方が -x方向への進行波を表している.

Maxwll 理論で考えた電磁波の伝播との関係を調べよう.以下,誘電体の誘電率を $\epsilon (= \epsilon_r \epsilon_0) (\epsilon_r$ は比誘電率),透磁率を $\mu (= \mu_r \mu_0) (\mu_r$ は非透磁率だが通常の誘電体ではほとんど1)とする.ケーブルの方向をzにおき直し,電磁場を

$$E = E_0(x, y)e^{i\omega t - \gamma z}, \quad H = H_0(x, y)e^{i\omega t - \gamma z}$$
(4.13)

のように置く [2]. Maxwell 方程式に代入して少し計算することで次が得られる.

$$(\omega^{2}\epsilon\mu + \gamma^{2}) \begin{pmatrix} E_{x} \\ E_{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma\partial_{x} & -i\omega\mu\partial_{y} \\ -\gamma\partial_{y} & i\omega\mu\partial_{x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{z} \\ H_{z} \end{pmatrix},$$

$$(\omega^{2}\epsilon\mu + \gamma^{2}) \begin{pmatrix} H_{x} \\ H_{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\omega\mu\partial_{y} & -\gamma\partial_{x} \\ -i\omega\mu\partial_{x} & -\gamma\partial_{y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{z} \\ H_{z} \end{pmatrix}.$$

$$(4.14)$$

ここで, TEM (transverse electric and magnetic) モード, すなわち, $E_z = H_z = 0$ を考えると, (4.14)の右辺は すべてゼロになってしまうので, 電磁場が有限であるためには

$$\omega^2 \epsilon \mu + \gamma^2 = 0 \quad \therefore \gamma = \pm i \omega \sqrt{\epsilon \mu} \tag{4.15}$$

である.波動の伝播速度は

$$v = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \tag{4.16}$$

となる.

このような場合,元の Maxwell 方程式に戻ると, $\operatorname{rot}_{xy} H = 0$, $\operatorname{rot}_{xy} E = 0$ であるから,ポテンシャル \mathcal{U} , \mathcal{V} を 使って

$$\boldsymbol{E} = \nabla_{xy} \mathcal{U} / \sqrt{\epsilon}, \quad \boldsymbol{H} = \nabla_{xy} \mathcal{V} / \sqrt{\mu} \tag{4.17}$$

と書ける.同様に

$$E_x = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_y, \quad E_y = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_x$$
$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial y}, \quad \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial y} = -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial x}$$
(4.18)

であるから,

と,
$$f(w) = \mathcal{U} + i\mathcal{V}$$
 が $w = x + iy$ の解析関数であるための $ext{Cauchy-Riemann}$ 条件が満たされている.これより, z 軸に垂直な断面の電磁場は,2 次元の静電場同様,複素関数論を駆使して求めることができる.

z方向に流れる電流 Jを与えれば,上記電磁場が決まり,ポテンシャル $\mathcal{U}(の相対値)$ も定まる.同軸ケーブルの断面を考え,芯線表面,シールド面表面のポテンシャルをそれぞれ \mathcal{U}_a , \mathcal{U}_b と置くと,電位差に相当する量は $(\mathcal{U}_a - \mathcal{U}_b)/\sqrt{\epsilon}$ であるから,インピダンス Z_0 が

$$Z_0 = \frac{\mathcal{U}_a - \mathcal{U}_b}{J\sqrt{\epsilon}} \tag{4.19}$$

のように決まる.以上のように特性インピダンスを定めれば,分布定数回路法はMaxwell理論と等価である.

同軸ケーブルについて, Z_0 を計算してみる. 芯線が単位長さあたり q の電荷で 帯電しているとして,単位長さあたりの静電容量 Cを求める. r 位置での電場は Gauss の定理より $q/(2\pi\epsilon r)$ であるから,

$$V = \frac{q}{\epsilon} \int_{a}^{b} \frac{dr}{2\pi r} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \log \frac{b}{a} = \frac{q}{C}$$

$$\therefore C = \frac{2\pi\epsilon}{\log(b/a)}$$
(4.20)

次に,芯線の電流をJと置く.シールドには(逆向きの)電流 –J が流れている. 芯線自身,シールド自身も自己インダクタンスを持つが,ここでは誘電体部分のみ

を考える.ここでは,rよりもケーブルの内側を流れる全電流はJであるから,

$$H(r) = \frac{J}{2\pi r}, \quad B(r) = \frac{\mu J}{2\pi r}$$

である.この部分の単位長さ断面の磁束 Φ は

$$\Phi = \int_{a}^{b} dr B(r) = \frac{\mu J}{2\pi} \log \frac{b}{a}$$

であるから,単位長さあたり自己インダクタンス Lが

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \log(b/a) \tag{4.21}$$



と求められる.

(4.12)の特性インピダンスは,損失のないL,Cのリアクタンスのみのモデルでは $\sqrt{L/C}$ であるから,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \log\left(\frac{b}{a}\right) \tag{4.22}$$

と求められる.

4.2.2 レッヘル線

同軸ケーブルの扱いから,金属と誘電体の1次元方向に伸びた構造は,TEM モードを伝えることができ,この時, 1次元方向とこれに垂直な2次元面内の電磁場自由度は分離して扱えることがわかる.これは,電磁場が電場・磁場 の調和振動子集合として表現できる*2ことの表れ,と見ることもできる.(4.9)の電信方程式が真空中の電磁波の波 動方程式に対応するとすると,逆に真空を伝送路に見立てた時の電磁波の「特性インピダンス」は

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 376\Omega \tag{4.23}$$

となる.これが「真空のインピダンス」と呼ばれているのは,以上のような意味合いからである.また, $\sqrt{\mu/\epsilon}$ は,物質(媒質)のインピダンス,ということになる.更に,「特性インピダンス」という「見方」を使って,2線式の伝送線路ではない導波管のような信号伝送路に関してもここでの議論を適用することができる.

ただし,同軸線のように遮蔽導体で伝送路を囲い込むような形になっていない場合,信号の電磁エネルギーは絶え ず外部へ漏出し,大きな信号の減衰を生じる.レッヘル線(レッヒャー線,Lecher line)は,2本の導体棒(線)を平 行させて高周波を伝えるものである.VHF帯のテレビ信号など,かつては平行フィーダーと呼ばれる2本の平行線 を使って伝送していたが,レッヘル線とほとんど同じもの(線を平行に保つ薄い誘電体が入っているだけの違い)で ある.

図 4.5(a) のようなレッヘル線を考え,2本の導体以外の部分は誘電率 ϵ ,透磁率 μ の物質で充填されているとする. 半径 a の単位長さあたり q だけ帯電した (無限長) 金属円柱が作る電場は,円柱中心からの距離を r として, $q/2\pi\epsilon r$ である.導体表面の電位を 0 と置くと,この導体が作る電位は $\phi(r) = (q/2\pi\epsilon)\log(r/a)$ となる.従って,図 4.5(a) で, $d \gg a$ で,互いが形成する鏡像電荷の影響が無視できるとすると,今の場合,左右の導体を流れる電流を $\mp J$,表面の電位をそれぞれ ϕ_2 , ϕ_1 と置いて,

$$\phi_1 = -\phi_2 = \frac{J\sqrt{\mu}}{2\pi} \log \frac{d}{a} \tag{4.24}$$



図 4.5 (a) レッヘル線の概念図.2本の導体棒を平行配置したもの.(b) レッヘル線の断面の電磁場を模式的に 描いたもの.実線が電気力線の接線,破線が磁力線の接線.(c) 平行フィーダー.特性インピダンスは 300Ω.オ ヤイデ電気 web ページより.

^{*2} ジーンズの定理.証明は[3]など.

である.ただし,ゼロ電位を2つの導体の中点に取った.これより,特性インピダンスは,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\pi} \log \frac{d}{a} \tag{4.25}$$

となる. 図 4.5(c)の平行フィーダーで, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$ とし, d/a = 10とすると, $Z_0 = 277\Omega$ となる. 実際, 写真のものは 300Ω として販売されている. このように, 真空インピダンスに比較的近い特性インピダンスを有するのが特徴である.

4.2.3 マイクロストリップライン

高周波回路では,長い伝送路では分布定数回路の扱いが必要となる一方,個別素子においては,ある程度は集中定 数回路の考え方が成立する.そこで,集中定数回路の導線部分を一部分布定数回路で置き換えるという折衷的表現が 行われる.その際も,素子間をつなぐ伝送路が問題となる.同軸線は電磁場の閉じ込め効果が大きいが,極めて微小 になっている素子をすべて同軸線で結線することが現実的ではない.

そこで,レッヘル線にならい,半解放のため同軸線より閉じ込め効果が小さいが,素子を配置する基板上に形成で きるマイクロストリップライン (microstrip line) が良く使用される.これは,板状の導体により高周波を通すもの で,基本は,図4.6(a)のように,接地した平面導体の上に同じく平面上の誘電体を置き,その上に細長い導体を置い た構造である.電子部品を配置するプリント基板は一般に銅箔でガラスエポキシなどの誘電体板を両面から挟んだ構 造をしており,片面に回路に合わせてエッチングなどの手法を用いてパタンを形成することによって容易に図4.6(a) のような構造が得られることがマイクロストリップラインが盛んに使用される一因である.(a)よりも更に外部に漏 れる電磁場,および隣接回路との電磁的結合を減らしたい場合,線路の両側を設置導体で挟んだ図4.6(b)のような コプレイナーウェイブガイドと呼ばれる構造も良く使用される.

このように物理的な形成はたいへん簡単であるが,マイクロストリップラインは同軸ケーブルやレッヘル線と比べ て図 4.6(a)の断面だけでも対称性の悪い形状をしており,特性インピダンスの計算や更には2次元的にパターン化さ れた線路を伝わる電磁場を解析することは容易ではない.現在は,PC やモバイル機器など GHz 帯の高周波を扱う 回路設計の需要が高まり,このような立体回路を伝わる電磁場を3次元(や 2.5次元)的にシミュレートするシミュ レーターも多数開発されている(一般に大変高価である).

図 4.6(a) のようなストリップラインの特性インピダンスの近似式として古くから使われているものに [4],幅の広い (W/h > 3.3) ストリップに対して

$$Z(W,h,\epsilon_r) = \frac{Z_{F0}}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left\{ \frac{W}{2h} + \frac{1}{\pi} \log 4 + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \log \left[\frac{\pi e}{2} \left(\frac{W}{2h} + 0.94 \right) \right] \frac{\epsilon_r - 1}{2\pi\epsilon_r^2} \log \frac{e\pi^2}{16} \right\}^{-1},$$
(4.26a)



図 4.6 (a) 単一ストリップと接地平面 (グラウンドプレイン) によるマイクロストリップライン. (b) 中央スト リップの両側に接地金属板を配置したコプレイナーウェイブガイド.(c) 高周波回路に使用されているマイクロス トリップラインの実例.白く細い部分.静電結合を使ったマイクロストリップラインフィルター. 幅の狭い $(W/h \le 3.3)$

$$Z(W,h,\epsilon_r) = \frac{Z_{F0}}{\pi\sqrt{2(\epsilon_r+1)}} \left\{ \log\left[\frac{4h}{W} + \sqrt{\left(\frac{4h}{W}\right)^2 + 2}\right] - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(\log\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r}\log\frac{4}{\pi}\right) \right\}$$
(4.26b)

がある. Z_{F0} は真空のインピダンス, ϵ_r は誘電体の比誘電率 ($\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$)である.解析的な計算法については,[5] などが詳しい.

4.3 伝送路の伝播現象

4.3.1 抵抗のある伝送路

(4.16)の伝播速度は波数に依存しない.すなわち,TEM モードの波動には分散がなく,入力波形は形を崩さずに 伝播する*³.従って,同軸ケーブルのように電磁場の漏れが少ない伝送路においては,信号波形減衰の主要因はイン ピダンス(アドミタンス)内の抵抗成分である.電磁場の漏れ出しが大きな伝送路においても,漏れ出しがある,と いうことをインピダンス内抵抗成分の形で表現することができる.

式 (4.10) の κ で, $Z = R + i\omega L$ とすると,振動数 ω 成分を考え,

$$\kappa(\omega) = i\omega\sqrt{LC}\left(1 - i\frac{R}{\omega L}\right)^{1/2} \sim i\frac{\omega}{\omega_0} + \frac{1}{2}\frac{R}{Z_0}$$
(4.27)

となる.最後の近似は, ω が十分大きく $\omega \gg R/L$ の場合で, $\omega_0 \equiv 1/\sqrt{LC}$, $Z_0 \equiv \sqrt{L/C}$ としている. $\exp(-\kappa x + i\omega t)$ の進行波で考えると,全体にファクター $\exp(-Rx/2Z_0)$ がかかって,特徴的距離 $2Z_0/R$ で減衰する事がわかる.このことから,リアクタンスのみによる特性インピダンス Z_0 は大きいほうが減衰が小さい.このため,長い伝送線路では特性インピダンスの大きなものが使用される事が多く,場合によってはコイルなどの挿入により強制的に Z_0 を大きくする場合もある.

4.3.2 伝送路の接続と終端



長さ l の特性インピダンス Z_0 の伝送線の片側に電源,他端にインピダン ス Z_1 の負荷をつないだとする.x 軸を左図のように設定すると,x = 0 では (4.12)

$$V = V_{+} + V_{-} = Z_{0}(J_{+} - J_{-}) J = J_{+} + J_{-}$$

$$(4.28)$$

である.ここで,+,-の添え字は,それぞれ,進行波,逆行波成分である こと表し, $\exp \mp \kappa x$ の符号と対応している.従って

$$Z_1 = \frac{V}{J} = \frac{J_+ - J_-}{J_+ + J_-} Z_0 \quad (x = 0)$$
(4.29)

である.これは,右へ進む進行波がx = 0で反射されて逆行波(反射波)を発生していると考えられ,反射の割合,すなわち反射係数rは

$$r = \frac{V_{-}}{V_{+}} = -\frac{J_{-}}{J_{+}} = \frac{Z_{1} - Z_{0}}{Z_{1} + Z_{0}}$$
(4.30)

となる.これは反射の際に位相がシフトすることを考慮し,一般に複素数である.これから明らかなように, $Z_1 = Z_0$ であれば反射は0となる.この場合,伝送線と負荷とはインピダンス整合している,という.それ以外の場合は,信号の一部が伝送線端で反射し,余計な信号として伝送線内に残る.このようなことは一般には極力避けなければなら

^{*&}lt;sup>3</sup> 高次モードには, TE モード (磁場は進行方向成分を持つ), TM モード (電場は進行方向成分を持つ) などがあり, これらは特に低周波で は分散を有している.

ないので,特性インピダンスと終端の整合は重要である.整合していない場合は,伝送線に沿って定在波が立つ.この定在波の腹の振幅と谷の電圧振幅の比を電圧定在波比 (voltage-standing wave ratio, VSWR) と呼ぶ.損失が無視できる場合,

$$VSWR = \frac{1+|r|}{1-|r|}$$
(4.31)

である.これは数 MHz 程度の高周波では比較的容易に測定できるので,反射係数の測定に用いられる. 信号源電源のある x = -l では

$$V = V_{+} \exp(\kappa l) + V_{-} \exp(-\kappa l) = Z_{0}(J_{+} \exp(\kappa l) - J_{-} \exp(-\kappa l))$$

$$J = J_{+} \exp(\kappa l) + J_{-} \exp(-\kappa l)$$
(4.32)

であるから,電源から右を見た時のインピダンス Z_l は

$$Z_{l} = \frac{V}{J} = \frac{J_{+} \exp(\kappa l) - J_{-} \exp(-\kappa l)}{J_{+} \exp(\kappa l) + J_{-} \exp(-\kappa l)} Z_{0}$$
(4.33)

である.この地点での反射率 r_l は

$$r_l = r \exp\left(-2\kappa l\right) \tag{4.34}$$

となる。

損失が無視できて $\kappa = i\omega\sqrt{LC} \equiv i\beta$ と書ける場合, (4.33) の *l* 依存性は $\tanh(\kappa l) = i \tan(\beta l)$ で表すことができる. 信号の波長 $v/(2\pi\omega)$ を λ とおくと, Z_l は $\lambda/2$ 周期の周期関数となる. $l = \lambda/4$ の時,

$$Z_l = Z_0^2 / Z_1 \tag{4.35}$$

で,右を見たインピダンスは負荷のアドミタンスに比例している.この伝送線を $\lambda/4$ 変成器と呼んでいる.従って, $Z_1 = \infty$ (開放)の場合,入力インピダンスは0となる.逆に右端を短絡した場合($Z_1 = 0$)は,入力インピダンスは発散する.これは,しばしば高周波の切替え器などに応用される.

特性インピダンス Z_0 の伝送路に Z'_0 の伝送路を接続した場合も,接続伝送路側を見たインピダンスは Z'_0 であるから, インピダンス Z'_0 をぶら下げた場合と同じである.すなわち,反射係数は

$$r = \frac{Z_0' - Z_0}{Z_0' + Z_0} \tag{4.36}$$

で与えられ,伝送線路の接続でも特性インピダンスの違いによって反射が生じることがわかる.

4.3.3 スミス・チャート, イミッタンス・チャート

終端インピダンス Z_1 を反射率 r の平面に等角写像したものをスミス・チャート (Smith chart) と呼ぶ.これは 次のように求まる.まず, Z_1 を Z_0 で規格化し、これを規格化インピダンス Z_n と呼ぶことにする。 $Z_n = x + iy$ r = u + iw (x, y, u, w は実数) とすると、

$$u + iw = r = \frac{Z_n - 1}{Z_n + 1} = \frac{(x - 1) + iy}{(x + 1) + iy}$$
(4.37)

であるから、

$$\left. \begin{array}{c} x - 1 = (x + 1)u - yw \\ y = yu + w(x + 1) \end{array} \right\}$$
(4.38)

という陰関数表示が得られる。今、xを一定値にとる場合を考えると、(4.38)から y を消去して

$$\left(u - \frac{x}{x+1}\right)^2 + w^2 = \frac{1}{(x+1)^2} \tag{4.39}$$



図 4.7 (a) スミス・チャート座標の描き方.(b) 実用スミス・チャート座標.

となり、円を表す。これを定抵抗円と呼ぶ。同様に y が一定値の場合

$$(u-1)^2 + \left(w - \frac{1}{y}\right)^2 = \frac{1}{y^2}$$
(4.40)

で、やはり円となり、定リアクタンス円と呼ぶ。ただし、この場合、パラメタ x が $x \ge 0$ の範囲で変化しても, r はこの全円周上を動くわけではなく, (4.37) からわかるように,原点を中心とする半径1の円内でこの円周上を動く.以上よりスミス・チャート座標を図 4.7 のように描くことができる.

スミス・チャートは終端インピダンスと反射率の関係を示すものであるが、これをアドミタンスに対するものに直すには、(4.37)より $Y\equiv 1/Z$ とすると、

$$r = \frac{1-Y}{1+Y} \tag{4.41}$$

となり,これは形式的には (4.37)の符号を反転した形をしている.したがって,アドミタンスに対するチャートはスミス・チャートを180 回転させたものになっている.この2種類のチャートを重ねあわせて一つの図に示したものをイミッタンス・チャート (immitance chart) と呼んでいる.??節で検討した *LCR* 直列回路で終端した場合は,抵抗成分が一定で,周波数によりリアクタンス成分が変化するので,rを表す点が周波数により定抵抗円の上を移動していく. $\omega = 0, \infty$ の両方で,r = 1であるからr = 1から出発して定抵抗円の上を一周して戻ってくる軌道が描ける.

スミス・チャートは高周波回路特性の視覚化の上では大変重宝である.インピダンス整合負荷回路などの設計にも 有用であるし,更に重要なのは,高周波の能動素子について,次に説明するSパラメタがスミス・チャートで与えら れることである.物理の実験現場では,インピダンス整合を取る必要が生じるのは,1)磁気共鳴など,いわゆる「電 波物性」測定において,試料側と計測器側で整合が必要となる,

参考文献

- Paul J. Nahin, "Oliver Heaviside: The Life, Work, and Times of an Electrical Genius of the Victorian Age" (Johns Hopkins Univ. Press, 2002).
- [2] 高橋秀俊 「電磁気学」(裳華房, 1959).

- [3] 太田浩一「マクスウェル理論の基礎」(東大出版会, 2002).
- [4] H. A. Wheeler, IEEE Trans. Microwave Theory and Tech. 13, 172-185 (1965).
- [5] D. B. Davidson, "Computational electromagnetics for RF and microwave engineering" (Cambridge Univ. Press, 2005).

付録 C: 各種同軸ケーブルとコネクタ

高周波信号 (あるいは高周波を必然的に含むパルス信号) では,4.3.2 で見たように,特性インピダンスの境界が信 号の反射を起こすため,ケーブルの接続にも注意が必要になる.従って,コネクタの選択は,伝送線路(ケーブル)の 選定と同程度に重要である.

C1. 同軸ケーブルの種類と構造

-般の使用者が扱う同軸ケーブルの多くは,図4.4のような構造である.ディジタル機器内部の配線にも極細の同 軸線を使うことが増えているが,配線にも特殊工具を必要とするこれら特殊同軸については触れない.特性インピ ダンスは多くの場合 50Ω ないし75Ω である.これは,現行の構造で電磁場の漏れによる損失を抑えようとすると, 50Ω 前後になり,信号の伝達速度(4.16)を光速に近く保ちつつ損失を抑えようとすると75Ω 前後になるため,とい う説が書かれている書籍が存在するが,実際のところは講師の知るところではない.

図 4.8(a) は外部導体の網線を2重にして漏洩特性の向上を図ったもので,網線ではなくアルミ箔などを用いる場合もある.図 4.4 よりも柔軟性は劣る.更に GHz 以上のマイクロ波帯まで使用する場合は,図 4.8(b) のセミリジッドタイプを用いる.使用中は完全にリジッドで動かすことはないが,配線の際は外部導体(純銅を使うことが多い)の柔軟性の範囲で曲げ伸ばしが可能である.物理計測でも良く使用し,低温で使用する場合などは外部導体を熱伝導の悪いキュプロニッケルなどに置換する.超伝導体を使用する場合もある.図 4.8(c) は大電力用で,誘電損失を減らすため誘電体体積は最小限とし,導体断面を稼ぎながら柔軟性を維持するため,フレキシブル金属管(flexible tube, 波打ち管, corrugate tube)を使用している.誘電体としては,図に記入されているようにポリエチレンが使用されることもある.

JIS C3501 では,同軸ケーブルの型番を「3D-2V」のような形式で表示することに規定されている.

「3」 最初の「3」は、外部絶縁被覆の外径 (概数) を mm で表したものである. 実際には 3D-2V は ϕ 2.9、5D-2V は ϕ 4.8、10D-2V は ϕ 9.7 である.



図 4.8 図 4.4 の典型的同軸ケーブル以外の構造を持つ同軸ケーブル.(a)外部導体が2 重管構造になっているもの.(b) セミリジッドタイプ.外部絶縁がないことが多い.(c) 大電流用.芯線,外部導体ともフレキシブル金属 管になっている.

- 「D」 次の「D」は特性インピダンスが 50Ω であることを示している.「C」は 75Ω である.
- 「2」 ハイフンの次の「2」は形状まで含めた誘電体の種類の規定で,ポリエチレン充填型であることを示す.ただ し,JIS にはこれ以外の規定はない.テフロン型などは JIS の表示を使用できないことになる.
- 「V」 最後の「V」は,外部導体の構造と,絶縁被覆の種類を表し,Vの場合は「一重編み,ビニール被覆」,Wの 場合は「二重編み,ビニール被覆」のように決められている.

 $i被覆の色 | 黒色, 50\Omega, グレー 75\Omega となっているが, これはこうなっていないことがたいへん多い.$

C2. 同軸コネクタの種類と構造

形式	外部導体内径	最高使用周波数
BNC	$\sim 7 \mathrm{~mm}$	$2{\sim}4~\mathrm{GHz}$
Ν	$\sim 7~{ m mm}$	$10{\sim}$ 18 GHz
$7 \mathrm{~mm}$	$7 \mathrm{~mm}$	\sim 18 GHz
SMA	$4.15 \mathrm{~mm}$	$18 \mathrm{GHz}$
$3.5 \mathrm{~mm}$	3. 5mm	$40 \mathrm{GHz}$
Κ	$2.92~\mathrm{mm}$	$40~\mathrm{GHz}$
$2.4\mathrm{mm}$	$2.4 \mathrm{~mm}$	$50~\mathrm{GHz}$
V	$1.85 \mathrm{~mm}$	$65~\mathrm{GHz}$
W	$1.1 \mathrm{~mm}$	$110 \mathrm{~GHz}$
$1.0 \mathrm{~mm}$	$1.0 \mathrm{~mm}$	$110 \mathrm{~GHZ}$



図 4.9 左: 同軸コネクタの種類とおおよその使用最高周波数.ト ランジスタ技術 Special No. より.最高使用周波数は品質により ばらつきがある.上: 同軸ケーブルコネクタの概念図.

図 4.9 に,同軸ケーブルコネクタの断面の概念図を示した.芯線とシールドを対称性を損なわずに結合する構造となっており,芯線をスプリングで挟んでシールドは回転してクラッチしたり,ねじ込み式で結合するようになっている.通常は,プラグの方をケーブルに結合し,ジャックを集中定数回路側とする.ケーブル同士を接続する場合は,両端ジャックのコネクタを用意する.

上に,良く使用される同軸コネクタの呼称と,おおよその使用できる最高の周波数を示した.中でもポピュラーな ものが次の3つである.

BNC コネクタ



左図に示したのが, BNC プラグ, ジャックである.低周波から GHz 程度 で最もポピュラーに使用されてきた.挿入して半回転でクラッチできる簡便 さが特徴である.標準の特性インピダンスは 50Ω であるが, 75Ω のものも作 られている.

N 型コネクタ

BNCよりは高い,18GHz 程度まで使用できる.外径が非常に大きく,20mm を超えるものが普通である.真空管が標準部品であり,高周波機器や部品のサイズが大きかった頃はよく使用された.現在でもクライストロン管などの 発生するマイクロ波は質が高く,そのような発信機から導波管にマイクロ波を導く際には N型コネクタが頻用される.やや大きな電力を扱う場合にも使用する.特性インピダンスは通常 50Ω.

SMA コネクタ

N型と同等,あるいはそれ以上の周波数で使用でき,BNCよりも小型である.セミリジッド同軸端に取り付けて 使用することも多い.外部導体はナットをねじ込んで止める形式になっている.特性インピダンスは通常50Ω.



同軸ケーブルで計測機器 (集中定数回路) 間を接続 する場合,集中定数回路側の入力インピダンスは必 ずしもケーブルとマッチしているわけではなく,む しろ,電圧計測のために高めに設定されている場合が 多い.このような場合,機器側端での反射を防ぐため

に, T型コネクタで同軸端を逃してマッチしたインピダンスで終端することがしばしば行われる.このような目的の ため,コネクタに 50Ωの抵抗を組み込んだ終端器 (ターミネーター)が良く使用される.左上図は,その例を示した ものである.

C3. 高エネルギー実験に良く使用される LEMO ケーブル

高エネルギー物理学実験で特別に良く使用されるのが,スイス LEMO 社の独自規格ケーブル,コネクタである. NIM (Nuclear Instrumentation Module) 規格の機器にも LEMO コネクタが使用されており,原子核/高エネルギー 実験ではほとんど LEMO が使用されている.コネクタ径は小さく,プッシュ/プルによってクラッチ/解放されるた め,接続が大変便利なのが特徴である.