

# 物理屋のための電子回路論 第4回

勝本信吾

東京大学理学部・理学系研究科 (物性研究所)

2015年12月11日

## 第3章 伝達関数と周波数応答・過渡応答

我々が電気回路について考察しなければならない場合というのは、1) 何らかの電気回路の動作や特性について知る必要がある時 (回路解析)、2) 逆に必要な動作・特性があり、これらを満足する回路を考案しなければならない時 (回路合成)、の2つに分けられるであろう。線形応答系の範囲では、これらは、既存回路の伝達関数を知ること、あるいは物理的な要求から伝達関数を構成し、更にこれを具体的な回路へと翻訳すること、と言い換えることができる。本章では、これまでに導入した要素を用いた回路の伝達関数を考え、これを  $s = \sigma + i\omega$  空間内で調べることで、系の周波数応答、および、有限時間の摂動が与えられた時の過渡応答を考えることができる。

### 3.1 受動素子2端子(1端子対)回路の伝達関数

線形受動2端子対回路の(2端子から見た)伝達関数は、すなわち合成インピーダンス、あるいは合成アドミッタンスである。これを駆動点インピーダンス (driving point impedance) (あるいはアドミッタンス) と呼ぶ。簡単な具体例を見たのち、伝達関数の性質から考えられる系の応答の一般論を考える。

#### 3.1.1 共鳴回路



図 3.1 RLC 直列共鳴回路

2端子インピーダンスは一般に複素関数であるが、その実部、抵抗 (resistance) に対し虚部をリアクタンス (reactance) と呼ぶ。これは、2.2.2 項の消費電力の所で無効電力を与える成分、すなわち、系と電源との間のエネルギー循環を生じる部分である。

左図のように、抵抗器、キャパシタ、インダクタを直列に接続した回路を考えると、合成インピーダンス  $Z_{\text{tot}}$  は

$$V_{\text{tot}}(i\omega) = V_R(i\omega) + V_C(i\omega) + V_L(i\omega) = Z_{\text{tot}}(i\omega)I(i\omega),$$
$$V_R(i\omega) = RI(i\omega), \quad V_C(i\omega) = \frac{I(i\omega)}{i\omega C}, \quad V_L(i\omega) = i\omega LI(i\omega)$$

より

$$Z_{\text{tot}}(i\omega) = R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + i\omega L\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) \quad (3.1)$$

となる。ただし、

$$\omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.2)$$

は共鳴周波数 (resonant frequency) である。合成インピーダンス中のリアクタンスは  $\omega L(1 - (\omega/\omega_0)^2)$  であり、 $s = 0$  に1次の極、 $s = i\omega_0$  にゼロ点を持つ。 $s = 0$ の極は、直列に入ったキャパシタによるものである。ゼロ点、す

なわち、 $\omega = \omega_0$  の電流は  $L$  と  $C$  は全く存在しないかのように透過する。これはリアクタンスの持つ固有振動と入力交流の振動数が一致したときに生じる共鳴現象である。

同様に、左図のように並列接続した場合を考えると、今度は電圧が共通で、電流が全体の和になる。

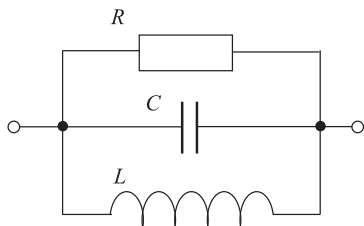


図 3.2 RLC 並列共鳴回路

$$I_{\text{tot}}(i\omega) = \frac{V(i\omega)}{R} + i\omega CV(i\omega) + \frac{V(i\omega)}{i\omega L}.$$

従って合成インピーダンスは

$$Z_{\text{tot}}(i\omega) = \left[ \frac{1}{R} + i \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]^{-1} \quad (3.3)$$

となる。

$\omega$  を変化させた時、 $Z(i\omega)$  は図 3.3(a) のような円の上を移動する。これを **Q 円** (Q circle) と言う。アドミタンス  $Y$  は図 3.3(b) のように実軸に垂直な直線上を動く。これに対してまた、 $|Z(i\omega)|$  を  $\omega$  に対してプロットすると、図 3.3(c) のような共鳴ピーク構造を示す。(3.3) の  $|Z_{\text{tot}}(i\omega)|^2$  の関数形の共鳴曲線をローレンツ型の共鳴曲線 (Lorentzian) と称する。 $Z$  の抵抗とリアクタンスの大きさが同じになる 2 つの点を  $\omega_1, \omega_2$  (図 3.3(a)) とするとき  $|Z|$  がピーク値の  $1/\sqrt{2}$  をとり、 $|\omega_1 - \omega_2|$  ( $\approx \gamma$ ) を一般に**共鳴の幅**という。これと  $\omega_0$  との比

$$Q \equiv \frac{\omega_0}{|\omega_1 - \omega_2|} \approx \omega_0 CR \quad (3.4)$$

を共鳴の  $Q$  値 (quality factor, Q-value) といい、共鳴の鋭さを表す。 $L$  と  $C$  の並列回路は、電磁気エネルギーを相互にやり取りすることでエネルギーを蓄える働きがあるため、**タンク回路**と呼ばれている。この場合は、共鳴回路 (タンク) のリークを表す抵抗値  $R$  が大きいほど  $Q$  が高い。これは、蓄えられたエネルギーのリークによる時定数が  $CR$  であることから、量子力学のエネルギーと時間の不確定性と原理的には全く同じである。

より現実に近い共鳴回路モデルとして図 3.4(a) のようにインダクタに直列に抵抗が入った回路を考える。この場合は

$$Z(i\omega) = \frac{R + i\omega L}{1 - \omega^2 LC + i\omega CR} = \frac{R + i\omega L}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + i\omega CR} \quad (3.5)$$

となり、 $R$  がそれ程大きくなければ  $\omega = \omega_0$  付近で極大をとる。この回路の  $Q$  値は

$$Q \approx \omega_0 \frac{L}{R} \quad (3.6)$$

となる。これは、やはり抵抗による時定数と共鳴の幅との不確定性を表している。

虚軸上の  $Z(s)$  の様子を、その絶対値の対数と偏角を  $\omega/2\pi$  の対数に対してプロットしたものを図 3.4(b) に示す。このような  $\omega$  に対する伝達関数のプロットを**ボード線図** (Bode diagram) とよぶ。ボード線図は様々な回路の周波数特性を表現するのに便利である。この講義でも今後しばしば用いることになる。

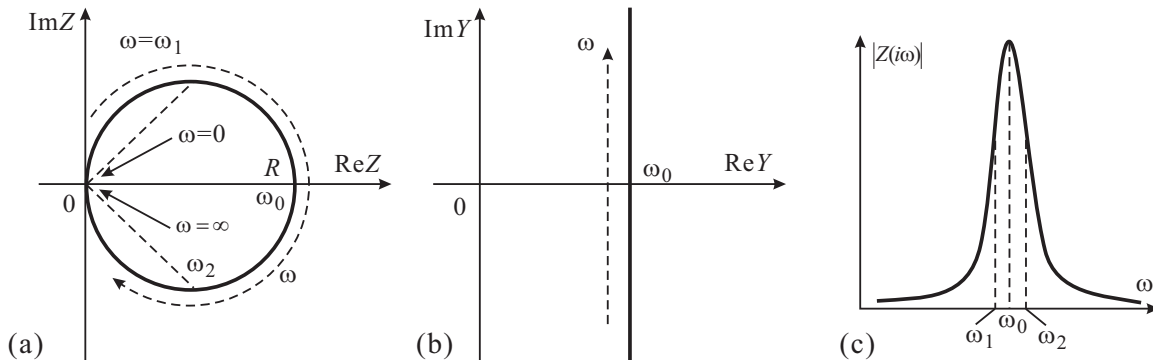


図 3.3 並列共鳴回路の (a) インピーダンス  $Z(i\omega)$ , (b) アドミタンス  $Y(i\omega)$  を複素平面上に、 $\omega$  を  $0 \rightarrow \infty$  に対する軌跡として描いた。共鳴点が  $\omega_0$  であり、共鳴幅に相当する周波数が  $\omega_1, \omega_2$  である。(c) インピーダンスの絶対値の  $\omega$  に対する変化。

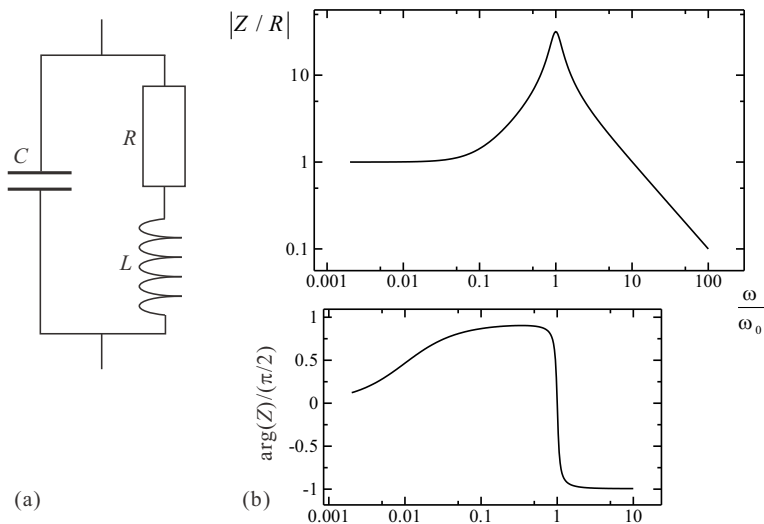


図 3.4 (a) エネルギー散逸のある並列共鳴回路. (b) (a) の回路の伝達関数を  $\omega$  に対してプロットしたもの (ボード線図).

### 3.1.2 共鳴回路の過渡応答

以上では、 $Z(i\omega)$  ないし  $Y(i\omega)$  を考えていて、周波数がただ 1 つで一定、すなわち  $\omega$  空間でデルタ関数になるような入力に対するの応答を見てきた。これに対して時間軸上で局在した（あるいは一様でない）入力に対する応答を過渡応答 (transient response) と呼ぶ。

例として図 3.1 で、 $t$  直流電圧  $V_0 > 0$  が印可されていて、 $t = 0$  でこれがゼロに落ちる、階段関数の入力があった場合を考える。一応、キャパシタ  $C$  の蓄積電荷  $q(t)$  に関する微分方程式で見ておくと、(1.7) より

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (t > 0), \quad q(0) = CV_0 \quad (3.7)$$

である。  $q(t) = CV_0 e^{st}$  として、  $Ls^2 + Rs + C^{-1} = 0$  より、  $\alpha \equiv (CR)^{-1}$  と置くと、  $s = (-\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 - 4\alpha^2}) (\omega_0/2\alpha)$  である。  $(\omega_0/2) < \alpha$  の場合に  $s$  に虚部が現れ、振動を与える。この場合、

$$q(t) = CV_0 \exp[(-\gamma \pm i\omega_s)t], \quad \gamma \equiv \frac{\omega_0^2}{2\alpha}, \quad \omega_s \equiv \omega_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{4\alpha^2}\right)^{1/2} \quad (3.8)$$

となり、時定数  $\gamma^{-1}$ 、振動数  $\omega_s$  の減衰振動となる。  $q$  の変化に伴い、回路にはこのような減衰振動電流が流れている。

合成インピーダンス、アドミッタンスを  $s$  の複素平面上で考え

$$Z_{\text{tot}}(s) = sL + R + \frac{1}{sC}, \quad Y_{\text{tot}}(s) = Z_{\text{tot}}(s)^{-1} \quad (3.9)$$

と書いてみると、(3.7) の特性方程式の解は  $Z_{\text{tot}}(s)$  のゼロ点、あるいは  $Y_{\text{tot}}(s)$  の極を与えている。言い換えると、  $Z_{\text{tot}}(s)$  のゼロ点 ( $Y_{\text{tot}}(s)$  の極)  $s_0$  は、端子間を短絡した場合、これと時間の積を指数関数の肩に持つような自然電流（電源によるエネルギー供給がない状態で、初期状態次第で回路に流れる電流）が存在し得る。  $-\text{Re}(s_0)$  が減衰時定数、  $\text{Im}(s_0)$  が振動数である。

このことは、伝達関数としての  $Z(s)$ 、  $Y(s)$  の意味から容易に理解される。何らかの電圧入力があってその後ゼロに落ちたとすると、そのラプラス変換  $V(s)$  は  $s$  平面上で有限な関数になる。上記境界条件は電圧制御のものであったから  $Y(s)$  を考えると、電流出力  $J(t)$  は  $Y(s)V(s)$  を逆ラプラス変換することで、

$$J(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} Y(s)V(s)e^{st} ds = \sum_i R(s_i)V(s_i)e^{s_i t} \quad (c > 0) \quad (3.10)$$

と書ける。  $\{s_i\}$  は  $Y(s)$  の極であり  $R(s_i) = Y(s)(s - s_i)|_{s=s_i}$  である。  $Y(s)^{-1} = Z(s) = 0$  に重根がないと仮定している。

上で見たことは、図 3.4(a) で、 $t \rightarrow -\infty$  でやはり電圧  $V_0$  を端子に印可し、 $t = 0$  で今度は端子を解放状態にして外部に流れる電流をゼロにした場合と回路的には全く等価であり\*1、ループ中を減衰振動する自然電流が流れる。ただし、この時、端子間のインピーダンス\*2は、端子位置の違いにより、

$$Z_{\text{tot}}^{(2)}(s) = \left( \frac{1}{R + sL} + sC \right)^{-1} = \frac{sL + R}{s^2LC + sRC + 1} \quad (3.11)$$

となる。  $Z_{\text{tot}}(s)$  のゼロ点  $s_0$  は、  $Z_{\text{tot}}^{(2)}(s)$  の極 (pole) になっている。すなわち、  $Z_{\text{tot}}^{(2)}(s)$  の極は、端子間を開放した場合、これと時間の積を指数関数の方に持つような自然電流が存在し得る。(3.10) で電流電圧を入れ替え、  $Y$  を  $Z$  とすれば全く同じになる。

### 3.1.3 一般的性質

具体例を思い出しながら、受動素子回路伝達関数 (あるいは駆動点インピーダンス) の一般的性質を考える。複素平面  $s$  上で定義される受動素子回路を接続してできる回路の 2 端子インピーダンス  $Z(s)$  は、一般に、

$$Z(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{a_m (s - s_1) \dots (s - s_m)}{b_n (s - s'_1) \dots (s - s'_n)} \quad (3.12)$$

のような有理関数となる。ここで、  $\{a_i\}$ 、  $\{b_i\}$  はいずれも、実係数である。(3.12) のように書けることは、回路の 1 つの枝のインピーダンスが、(3.1) あるいは (3.9) のように

$$Z_i = sL_i + R_i + \frac{1}{sC_i}$$

と書け、これらの合成が、2.3.2 項のインピーダンスの合成のような代数和で表されることから明らかである。

(3.12) の  $\{s_i\}$  は合成インピーダンスのゼロ点、  $\{s'_i\}$  は極を与えている。これらは、  $m$  次、および  $n$  次の多項式のゼロ点であり、これらの多項式が実係数であることから、実数または共役複素数対である。まず、ゼロ点  $\{s_i\}$  においては、前節でみたように、端子 (駆動点) を短絡した時に、ゼロ点の  $s_i$  を指数関数の肩に入れた形の自然電流が発生しうる。このことは、(3.10) の逆ラプラス変換を用いた議論がごく一般的に成立することからわかる。もし、ゼロ点が複素平面の右半面にあって実部が正であると、この自然電流は時間とともに発散し、回路素子がすべて受動素子でエネルギー湧き出しがない、という仮定に矛盾する。すなわちゼロ点はすべて左半面あるいは虚軸上になければならない。

次に極  $\{s'_i\}$  においては、端子を開放した時に、極の  $s'_i$  を指数関数の肩に入れた形の自然電流が存在しうる。これも短絡の際のゼロ点と同じ理由により、極はすべて左半面あるいは虚軸上になければならない。

また、合成インピーダンスの要素が、  $s$  の  $-1$ 、  $0$ 、  $+1$  次のいずれかであることから、インピーダンスの合成式 (2.27)、(2.28) より (3.12) の有理式で、分母分子の  $s$  の次数差  $n - m$  は、  $-1$ 、  $0$ 、  $1$  のいずれかである。すなわち、  $|s| \rightarrow \infty$  の漸近形では、  $Z_{\text{tot}}(s) \propto s^\gamma$ 、  $\gamma = 0, \pm 1$  のようになり、例えば、図 3.4(b) のボード線図で  $|Z/R|$  のラインに見るように log-log プロットで  $\pm 1$  の傾きを持ったあるいは傾きのない直線となる。以上は、合成インピーダンスの極の数とゼロ点の数が同じか 1 だけ違っていることを意味する。

もう 1 つ重要な一般的性質として  $s$  平面上で右半面  $\text{Re}(s) > 0$  の場合に、  $\text{Re}[Z(s)] > 0$  でなければならない。これも極とゼロ点の議論と同様に、受動素子回路ではエネルギー湧き出しがない、という要請から結論されるものである。

### 3.1.4 クラマース-クローニツヒの関係

伝達関数 (応答関数、線形応答率) の一般的性質を議論したところで、その実部、虚部の間には極めて一般的な関係-クラマース-クローニツヒ (Kramers-Kronig) の関係があることを述べておこう。トリビアルに近いような簡単な

\*1 もちろん、  $t = 0$  で  $L$  を流れる有限な電流があるので初期条件は同じではない。

\*2 外部から回路を駆動する端子のインピーダンス、という意味で、**駆動点インピーダンス** (driving point impedance) と呼ばれることもある。

関係であるにもかかわらず，実験的には極めて有用である．特に光学のような応答関数の実部，あるいは虚部の両方のスペクトルを取ることが面倒な測定では，片方だけを測定することで十分な情報が得られるので，KK 関係式の積分は実験の標準的な技術にもなっている．

複素振動数  $\omega = \omega_1 + i\omega_2$  に対する伝導率  $\Xi(\omega)$  をフーリエ変換して

$$\Xi(\omega_1 + i\omega_2) = \int_0^\infty \Xi(t)e^{i\omega_1 t} e^{-\omega_2 t} dt \quad (3.13)$$

とする．複素数  $z$  の複素平面において，関数  $\Xi(z)/(z - \omega)$  を図のような積分路  $C$  で一周積分することを考えると，積分路上では正則な関数であるからコーシーの定理より，一周積分はゼロである．

$$0 = \oint_C \frac{\Xi(z)dz}{z - \omega}.$$

この一周積分の内，直線部分の寄与は，外側の半円の半径を無限大， $\omega$  周りの小半円の半径  $\epsilon$  を無限小とする極限を取り，

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ \int_{-\infty}^{\omega - \epsilon} + \int_{\omega + \epsilon}^{\infty} \right] \frac{\Xi(z)dz}{z - \omega} = P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Xi(z)dz}{z - \omega},$$

である．外側の半円の寄与は， $\Xi(z)$  が  $|z|^{-1}$  より早くゼロに落ちるとするとこの極限でゼロである．小半円の寄与は， $\epsilon \rightarrow 0$  の小半円上の  $\Xi(z)$  は  $\Xi(\omega)$  で一定とし，

$$\Xi(\omega) \int_{\text{小半円}} \frac{dz}{z - \omega} = \Xi(\omega) \int_\pi^0 \frac{i\epsilon e^{i\theta} d\theta}{\epsilon e^{i\theta}} = -i\pi\Xi(\omega)$$

である (図)．

以上より，次のクラマース-クローニツヒの関係式が得られる．

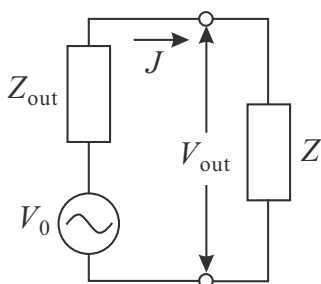
$$\Xi(\omega) = \frac{P}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Xi(x)dx}{x - \omega}, \quad (3.14)$$

$$\text{Re}\Xi(\omega) = \frac{P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Im}\Xi(x)dx}{x - \omega}, \quad \text{Im}\Xi(\omega) = \frac{-P}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}\Xi(x)dx}{x - \omega}. \quad (3.15)$$

## 3.2 2 端子対受動素子回路

次に，端子対数を 2 個として受動素子で 4 端子回路を形成した場合の特徴を考え，有用な概念を導入しておこう．2 端子対回路の場合，「信号伝送路」としての使用が多くなる．このような伝送回路概念による取り扱いは，物理実験上も有用なことが多い．

### 3.2.1 インピーダンスの整合



2 端子対回路に入る前に，ひとつ極めて重要で一般的な概念を導入しておこう．一般の電源を定電圧理想電源と出力インピーダンス  $Z_{\text{out}}$  の組み合わせの等価回路で考える．電圧，電流を複素数表示で考え，理想電源の電圧を  $V_0(i\omega)e^{i\omega t}$  等と表すと，出力端子に生じる電圧  $V_{\text{out}}(i\omega)$  は，

$$V_{\text{out}}(i\omega) = V_0(i\omega) - Z_{\text{out}}(i\omega)J(i\omega).$$

この時，出力端子に付けた負荷  $Z$  によって消費される有効電力  $P$  は， $J = V_0/(Z + Z_{\text{out}})$ ，(2.24) より

$$P = \text{Re}(V_{\text{out}}^* J) = \text{Re} \left( \frac{Z^* V_0^*}{Z^* + Z_{\text{out}}^*} \frac{V_0}{Z + Z_{\text{out}}} \right) = \frac{|V_0|^2}{|Z + Z_{\text{out}}|^2} \text{Re}(Z)$$

となる。  $P$  を  $Z$  の実部虚部それぞれについて停留点をとることにより、  $P$  の最大値  $P_{\max}$  は

$$P_{\max} = \frac{|V_0|^2}{4\text{Re}(Z_{\text{out}})^2} \quad (3.16)$$

で、これは

$$Z = Z_{\text{out}}^* \quad (3.17)$$

の時に得られることがわかる。これをインピーダンス整合 (impedance matching) と呼び、この時電源能力が最も効率的に負荷に引き出される。

(3.17) は、負荷インピーダンスが抵抗部分は一致し、リアクタンス部分は符号が反転していることを規定している。リアクタンス部分は、2.2.2 項で見たように電源と負荷との間でエネルギーを循環させている部分に相当するから、ちょうど符号が反転、すなわち位相が  $180^\circ$  回することで、エネルギーの押し引きのタイミングを一致させ出力インピーダンス側で余計なエネルギーロスを発生しないような条件であることがわかる。

分布定数回路のところで述べるように、信号周波数が高くなり伝送路が長くなると伝送路が持つ特性インピーダンスが重要になる。伝送路の特性インピーダンスを  $Z_0$  とすると、反射が消失する条件をしばしば

$$Z = Z_0 \quad (3.18)$$

と書く。これは、特性インピーダンスの虚部は、2端子素子のインピーダンスとは異なり伝送路に減衰があることを示し、伝送信号特性を決めるのは実部であるため実際問題虚部を問題にしないためである\*3。

## 付録 C：共鳴現象の一般的性質と一般共鳴回路

共鳴回路は共鳴現象という抽象概念の電子回路による具現化であるが、一方、共鳴回路の解析から得られる様々な情報の多くは共鳴現象に一般的なもの、変化に富む共鳴現象に共通する性質を抽出して我々に教えてくれる。ここにも、電子回路による概念のモデリングと逆抽出の典型を見ることができる。

### C.1 共鳴現象

まず、共鳴とは系の固有振動数と入力振動数が一致した時に生じる特有の応答現象である。ある系の自由度  $q$  が固有振動数  $\omega_0$  を持つということは、 $q$  について調和振動子近似

$$\frac{dq}{dt} = -\omega_0^2 q \quad (C.1)$$

が成立する、ということである。例えば、2.3.3 項の並列共鳴回路を、系の固有振動を見るため電源から切り離して孤立した状態でキャパシタに蓄積された電荷を変数に微分方程式を考える。電圧共通条件 (キルヒホッフ第 2 則) から

$$L \frac{dJ_L}{dt} = -L \frac{d^2 q_L}{dt^2} = \frac{q}{C} = R J_R = R \frac{dq_R}{dt}$$

である。孤立していることから電荷保存 (キルヒホッフ第 1 則) により  $dq_L + dq_R + dq = 0$ 。したがって

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{CR} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

$q = \exp(\lambda t)$  として

$$\lambda = \frac{1}{2\tau} \left[ -1 \pm \sqrt{1 - 4(\omega_0 \tau)^2} \right] \approx -\frac{1}{2\tau} \pm i\omega_0 \quad (\omega_0 \tau \gg 1)$$

より、 $\omega_0 \tau$  が十分大きい場合は、固有振動数  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  を持っていることがわかる。

\*3 以前のノート記述に誤りがあり訂正。

## C.2 共鳴と位相シフト

前項で見たように、共鳴は外部入力の振動数が系に内在する固有振動と一致してコヒーレントに励起が生じるため、特異的な応答が生じる現象である。線形応答系として見ると、共鳴点ではコヒーレントな励起であるために入力と出力の位相がそろっていないから、伝達関数の虚数成分、すなわちリアクタンスはゼロとなる。入力の振動数  $\omega$  が  $\omega_0$  と一致することもちろん同値である。

そこで、このような「共鳴現象」一般について、逆に共鳴回路の性質解析から考えてみる。図 2.6(a) のインピダンス、(b) のアドミタンスについて、 $\omega$  が 0 から  $\infty$  まで変化する際に、その偏角、すなわち入力と出力の位相のずれがどのようになるかを見ると、インピダンスでは、 $\pi/2 \rightarrow -\pi/2$ 、アドミタンスでは  $-\pi/2 \rightarrow \pi/2$  でちょうど  $\pi$  だけ変化していることがわかる。リアクタンス成分は、 $\omega$  の  $\pm 1$  次から始まることを考えると、 $\omega \rightarrow 0, +\infty$  で、0 または  $\pm\infty$  に発散する。 $\omega_0$  で 0 となることを考えると、全体として  $\pi$  の変化、共鳴点で極限点を基準として  $\pi/2$  の変化があることは極めて一般的な現象であることが結論される。

## C.3 様々な共鳴回路 (フィルター素子)

共鳴現象を起こす物理系を電子回路に取り込み、有効的に共鳴回路として用いてしまうこともしばしば行われる。

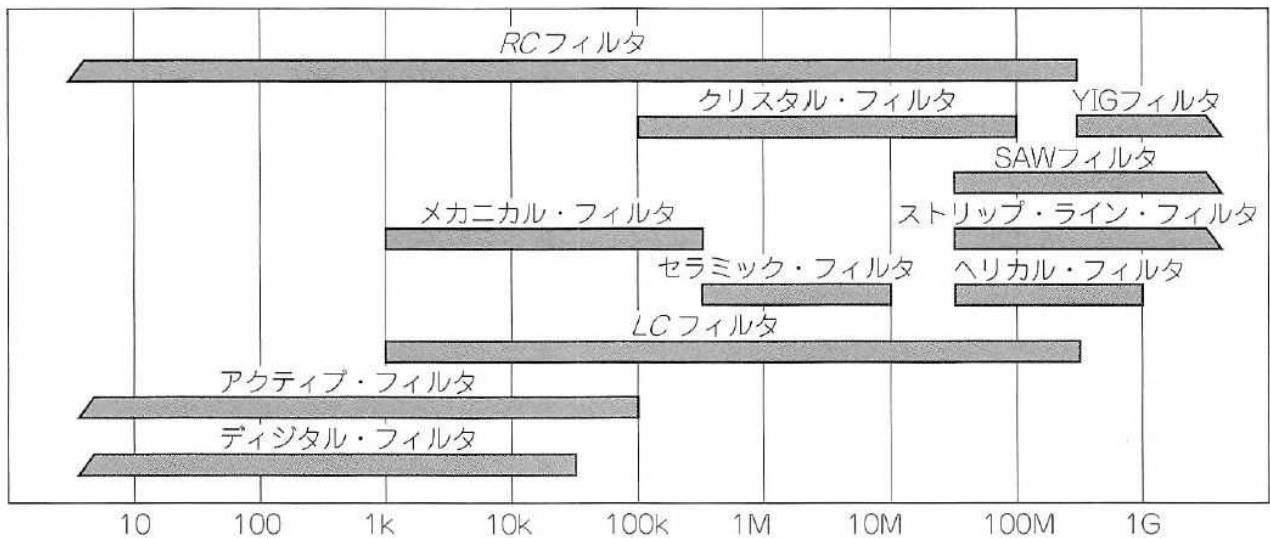


図 3.5 電気回路によるフィルター，様々な物理的共鳴を使用した電気フィルターのカバー周波数範囲。横軸単位は Hz。

### クリスタルフィルター

非常に良く知られた例は、水晶振動子 (quartz crystal unit) である。水晶 (quartz) は、 $\text{SiO}_2$  の結晶 (通常は六角柱面を持つ三方晶系) であり、圧電効果 (結晶に機械的圧力が加わることで、電圧を生じる) を持っており、結晶をある面方位の薄片にすると、結晶全体の機械的共鳴により共鳴器として働く。更に誘電体の圧電効果であることから、金属板で挟むことで、そのまま 2 端子電子回路素子として動作させることができる。

水晶振動子の用途で最も多いのは、発振回路であるが、ここでは、図 3.6 のクリスタルフィルターを紹介しよう。(a) のような外観をしていることが多いが、中身は、(b) のように水晶振動子とキャパシタで  $\pi$  型のフィルターを構成している。(c) のように特性は極めて  $Q$  値が高く、狭帯域のフィルターとして働く一方、(b) で直列にする振動子の中心周波数をわずかにずらして並べることで透過特性のトップがフラットな、「富士山型」の特性 (スカート特性と呼ぶ) を得ることができる。

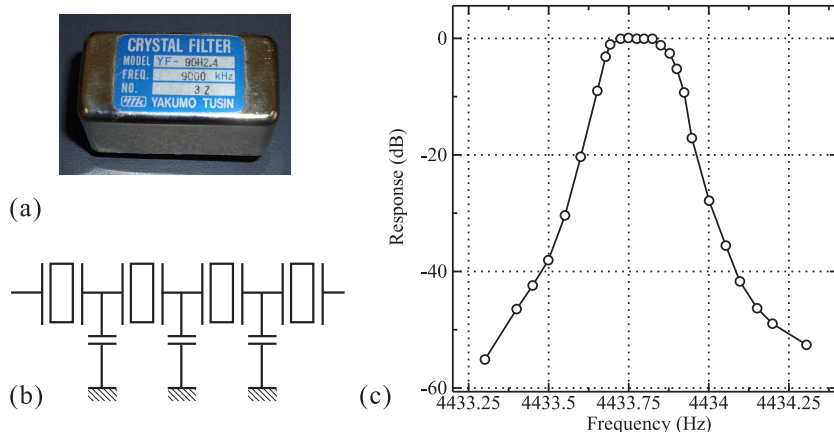


図 3.6 (a) クリスタルフィルターの外観例. (b) クリスタルフィルターの回路図. コンデンサが長方形を挟んでいる形状の記号は、水晶振動子を表す. (c) クリスタルフィルターの周波数特性例. 4 素子 443kHz.

### メカニカルフィルター

最近ではほとんど使用されなくなったが、金属で作製した素子の機械的な振動の共鳴を利用したフィルターである。アマチュア無線機器メーカーのコリンズが製作販売しているものなどが有名である。高周波フィルターは困難で、中間周波フィルターなどに使用された。講師の中学生時代など自作派 HAM の垂涎の的であった。

### セラミックフィルター

クリスタルフィルターと電磁気的な原理は同じである。水晶ではなく焼成した多結晶セラミック（酸化物）の圧電効果と弾性振動モード共鳴をフィルターとして用いる。メカニカルフィルターを置換して、中間周波フィルターとして多用されている。

### SAW フィルター

ピエゾ効果を持つ基板の上に楕形電極を置いて表面弾性波 (Surface Acoustic Wave, SAW) と楕形電極との共鳴によってフィルター効果を実現したもの。携帯電話などの比較的高い周波数の中間周波フィルターなどに使用されている。

### YIG フィルター

イットリウム鉄ガーネット (Yttrium Iron Garnet, YIG) 合金単結晶の球の振動を用いたフィルター。強磁性体のため外部磁場によって共鳴周波数を広範囲に変化させることができる。これを用いた発振器は安定な周波数可変発振器として、計測器に広く使用されている。