

Kashiwa Science Camp 2019

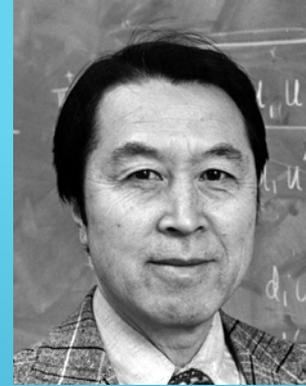
# Feel Quantum Mechanics!

Shingo Katsumoto, Taketomo Nakamura  
Yoshiaki Hashimoto

2019年 柏サイエンスキャンプ  
量子力学を体感する  
第2日

東京大学  
理学部・理学系研究科  
物理学専攻  
物性研究所  
勝本信吾, 中村壮智, 橋本義昭

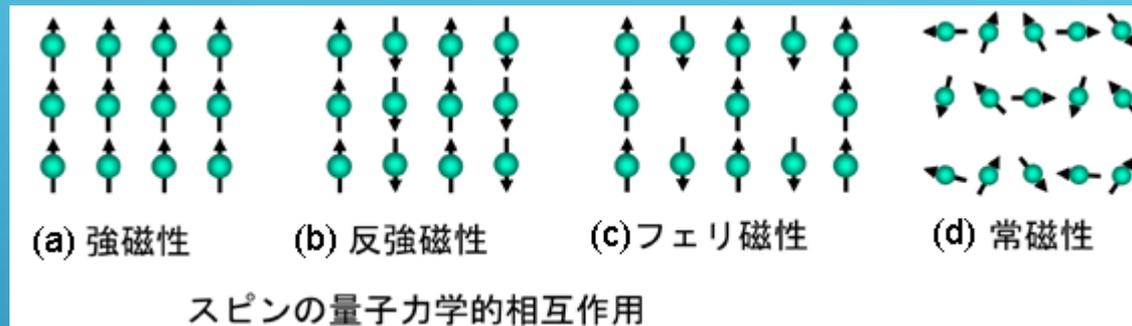
# 超伝導とはどのような状態か？



南部陽一郎  
1921-2015

相転移：自発的対称性の破れ（平等性の破れ）

例：磁性  
空間回転  
対称性  
の破れ



金属中の  $i$  番目の電子の波動関数

$$A_i(\mathbf{r}) \exp[i\theta_i(\mathbf{r})]$$

(一般に波動関数の位相は乱雑状態)

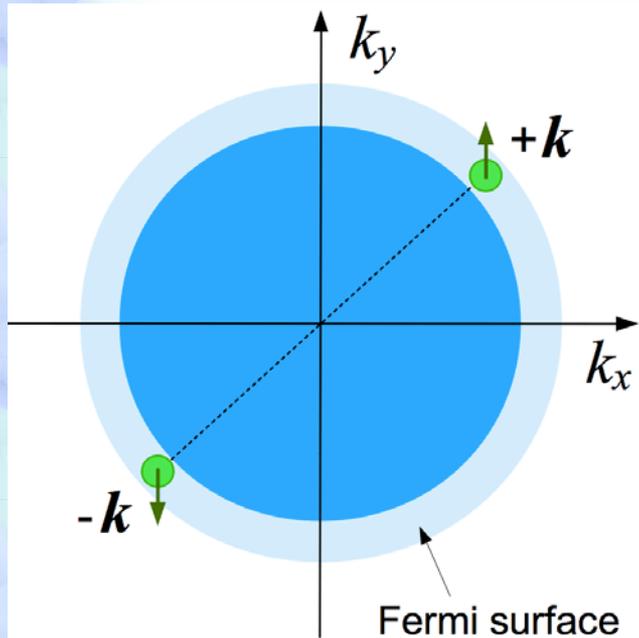
超伝導状態：電子はCooper対をつくって位相がそろって  
位相の平等性の破れ → ゲージ対称性の破れ

# 超伝導とはどのような状態か

Cooper pair : 重心速度はほぼゼロ  
ほぼ, ボース統計に従う



皆で基底状態に入り込む, ボース  
凝縮 (に類似の現象) を生じる



多数のCooper対の状態を1つの  
波動関数

$$\psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\rho} \exp[i\theta(\mathbf{r})]$$

で表すことができる : マクロ波動関数



The Nobel Prize in Physics 1972  
John Bardeen, Leon N. Cooper, Robert Schrieffer

Share this: 5

## The Nobel Prize in Physics 1972



John Bardeen  
Prize share: 1/3



Leon Neil Cooper  
Prize share: 1/3



John Robert  
Schrieffer  
Prize share: 1/3

# マクロ波動関数と電流

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\rho} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

物質「流」と考えると

$$\mathbf{j}_m = \rho \mathbf{v}_g = \rho \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = \rho \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} \left( \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2m} \right) = \frac{\hbar \rho}{m} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j}_m = \frac{\hbar \rho}{m} \nabla \theta, \quad \mathbf{j} = \frac{2e\hbar \rho}{m} \nabla \theta$$

# Josephson効果

超伝導体

$$\psi_L = \sqrt{\rho} e^{i\theta_L}$$

$$\psi_R = \sqrt{\rho} e^{i\theta_R}$$

超伝導体

絶縁体

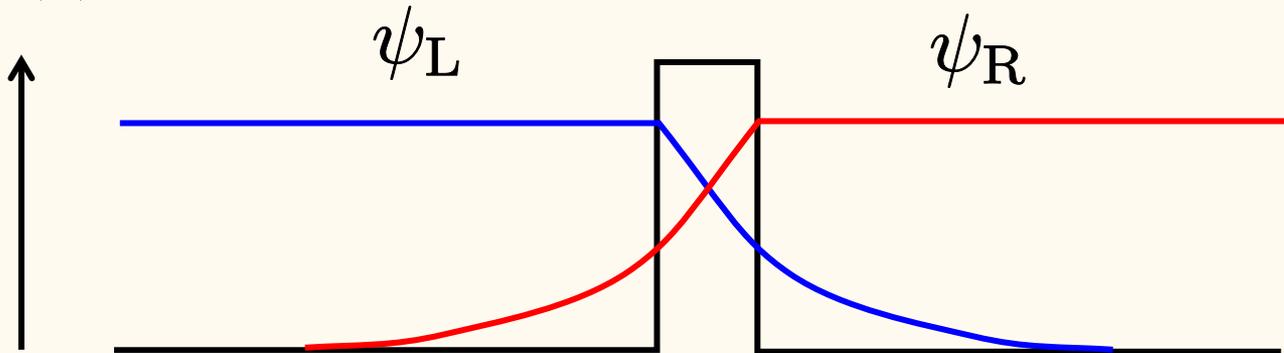
$$j = j_c \sin \Delta\theta$$

直流Josephson効果

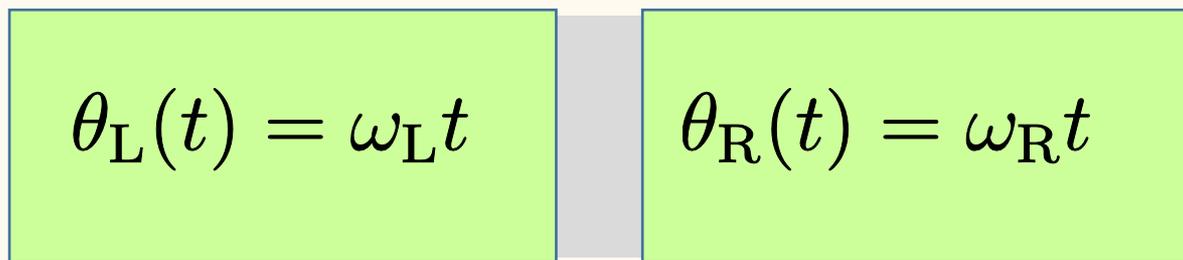
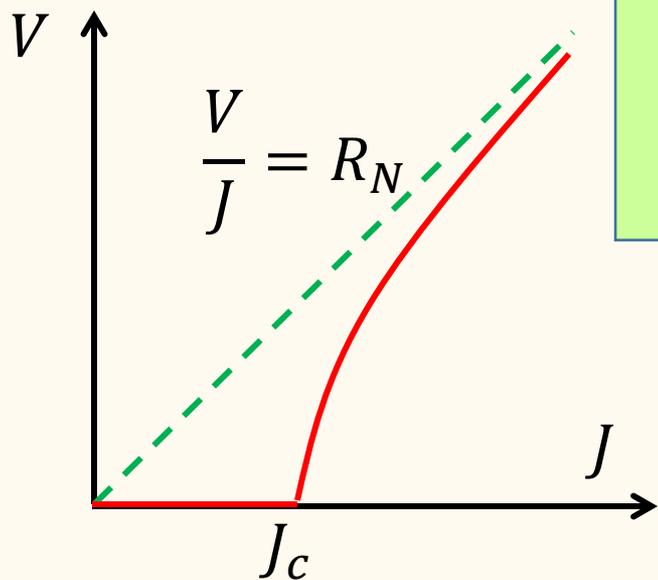
臨界電流密度

左右の超伝導体の位相差

$V(r)$



# Josephson效果 (2)



$$\omega_L - \omega_R = \frac{2eV}{\hbar}$$

$$\Delta\theta = (\omega_L - \omega_R)t = \frac{2eV}{\hbar}t$$

$$J = J_c \sin \Delta\theta = J_c \sin \frac{2eV}{\hbar}t$$

$$f = \frac{2e}{h}V \equiv \frac{V}{\Phi_0}$$

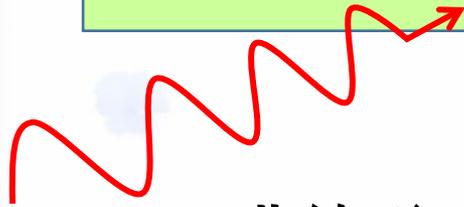
交流Josephson效果

$$\Phi_0 \equiv \frac{h}{2e} \quad : \text{磁束量子}$$

# Shapiro step

$$\theta_L(t) = \omega_L t$$

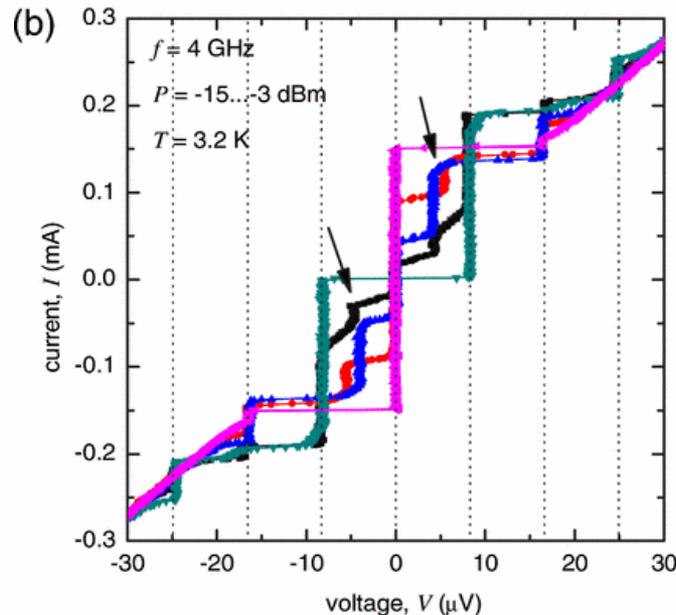
$$\theta_R(t) = \omega_R t$$



$$E = hf_0$$

非線形(sin)項による周波数間の「引き込み現象」

$$f = \frac{2eV}{h} = n f_0 \quad n = 1, 2, \dots, \quad V_n = n \frac{hf_0}{2eV}$$



# 磁場がある場合の運動方程式

ローレンツ力：
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

ベクトル公式より 
$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{A}$$

ベクトルポテンシャル

その粒子の位置での  
ベクトルポテンシャル


$$\frac{d\mathbf{A}_p}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot (\nabla \mathbf{A})_p = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{A}$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} + q\mathbf{A}_p, \quad \varphi = q(\phi - \mathbf{v} \cdot \mathbf{A})$$

正準運動量

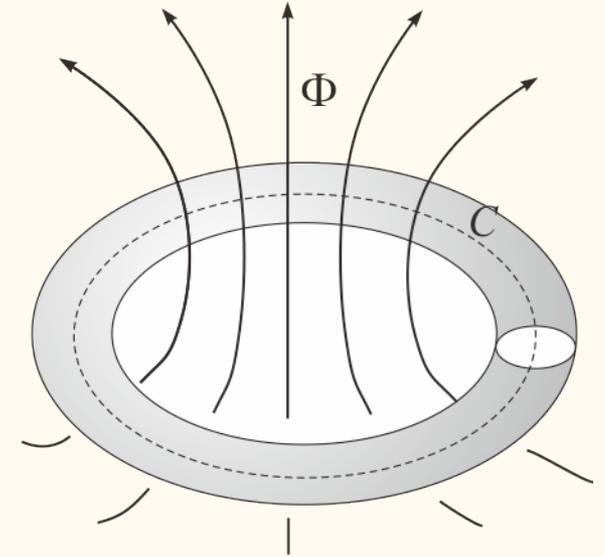
電磁ポテンシャル

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \nabla \varphi$$

# 磁場がある場合の量子力学的電流表式と磁束量子化

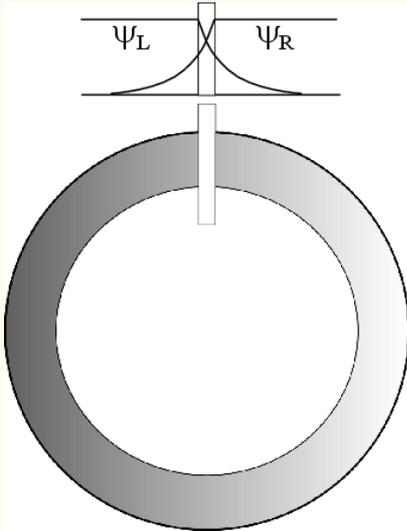
$$\mathbf{j} = \frac{2e\rho}{m}(\hbar\nabla\theta - 2e\mathbf{A})$$

磁場の侵入長より十分太いリング



$$\begin{aligned}\oint_C (\hbar\nabla\theta - 2e\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{s} &= \hbar\Delta\theta_C - 2e \int_S \text{rot}\mathbf{A} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \\ &= \hbar(2\pi n) - 2e \int_S \mathbf{B} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \\ &= nh - 2e\Phi = 0, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \\ \therefore \Phi &= n \frac{h}{2e} \equiv n\Phi_0.\end{aligned}$$

## 超伝導量子干渉素子：Superconducting Quantum Interference Device (SQUID)



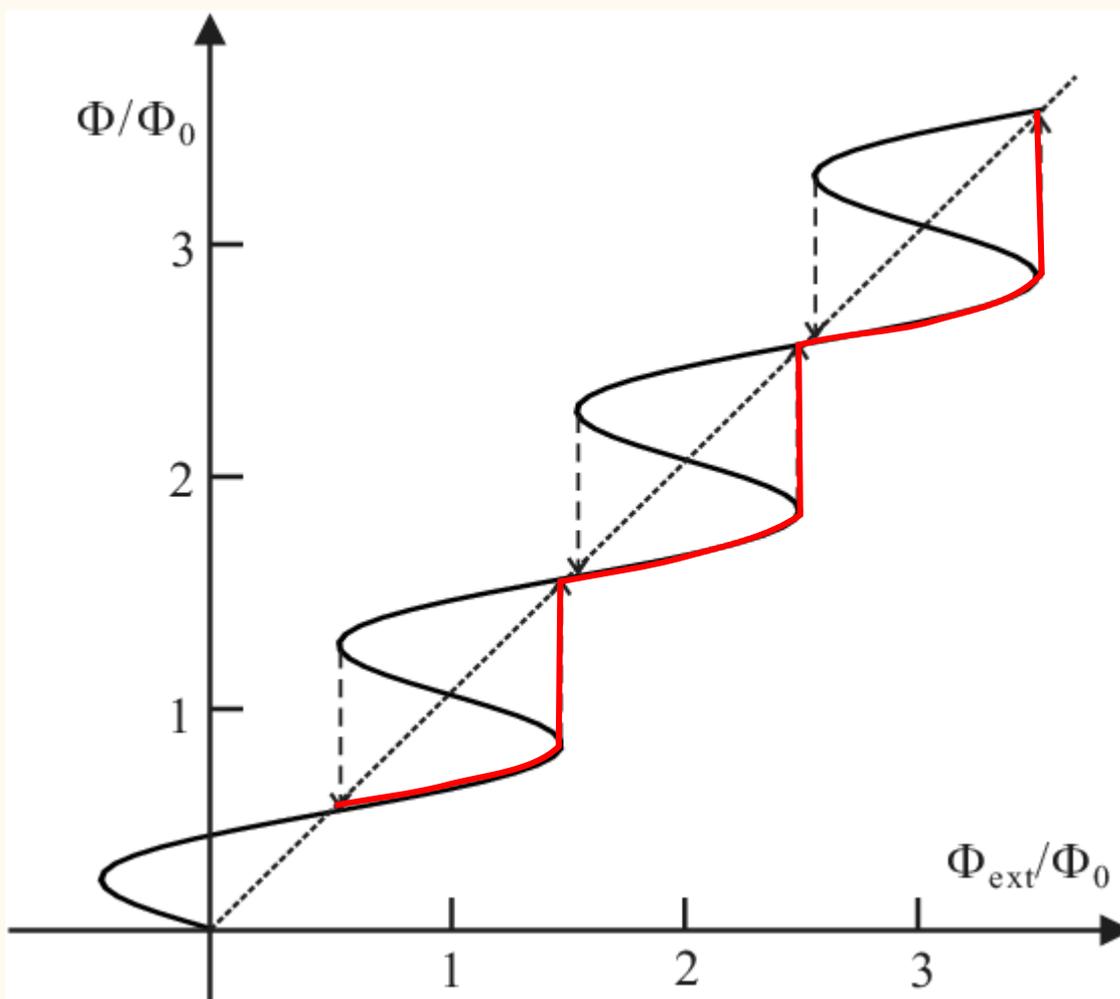
インダクタンス： $L$

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LJ$$

リング中心部分で電流ゼロは同じ

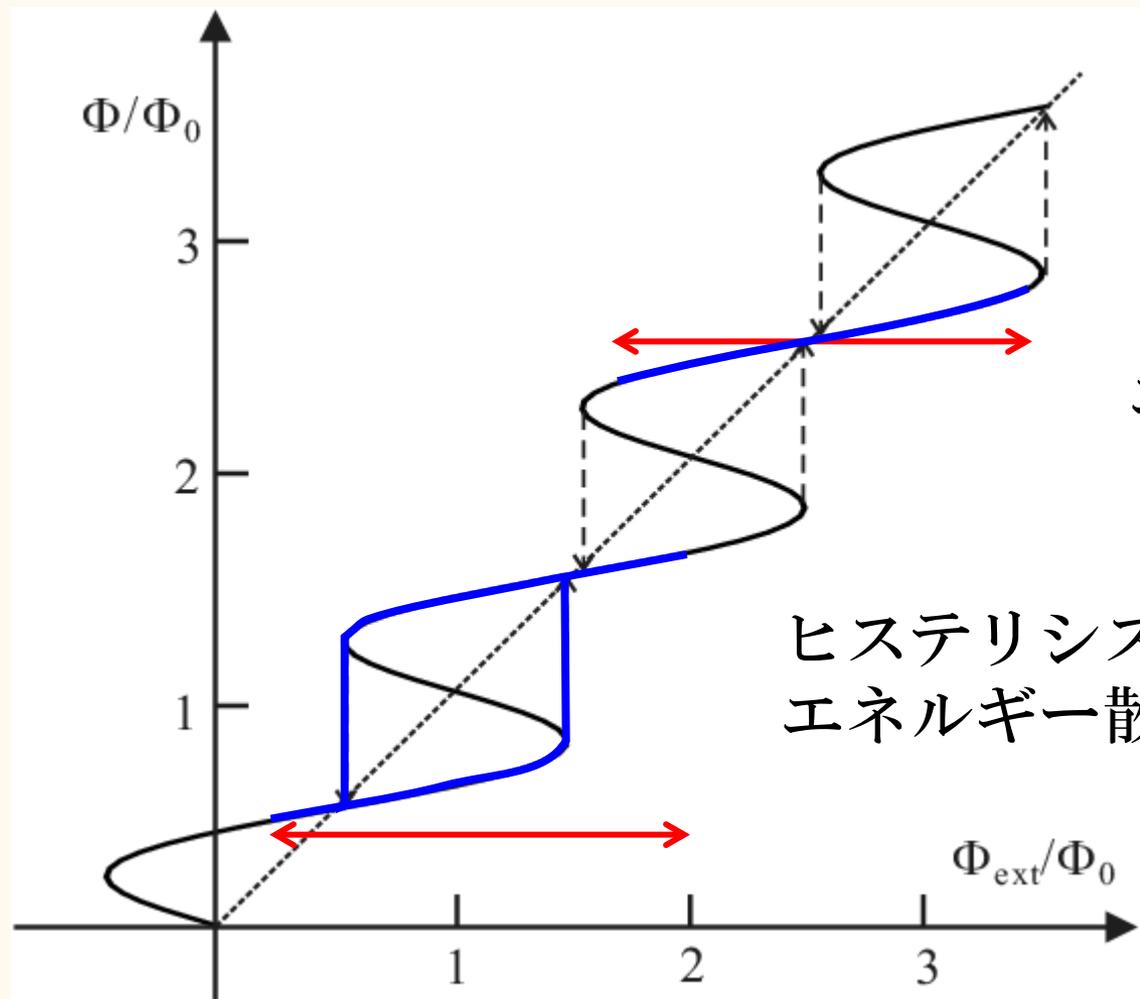
$$\Delta\theta = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$$\Phi - LJ_c \sin \left( 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) = \Phi_{\text{ext}}$$



不完全な磁束量子化

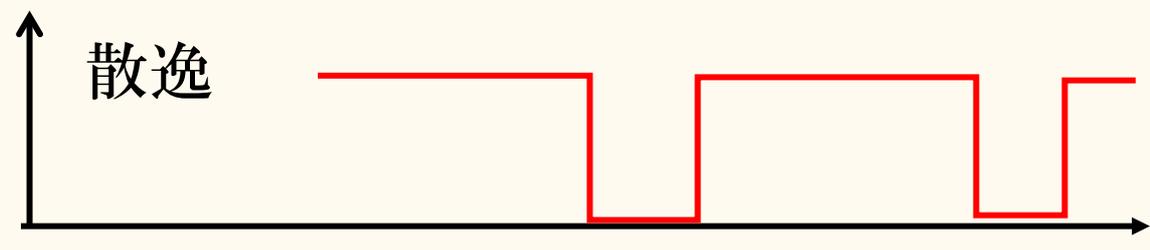
# rf-SQUID (2)



高周波で  
ゆすぶってみる

ヒステリシスなし  
エネルギー散逸なし

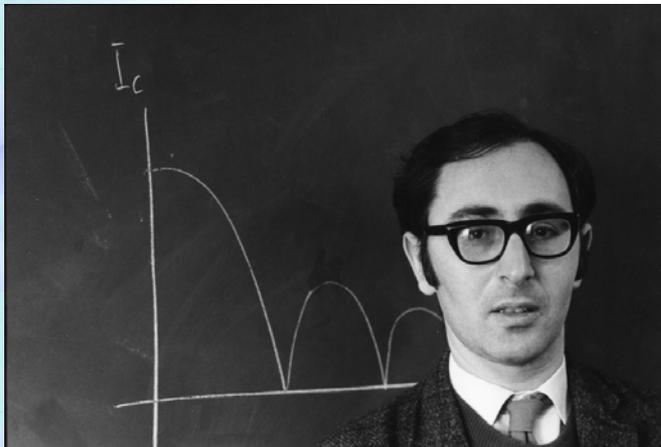
ヒステリシスあり  
エネルギー散逸あり



RFの中心

# 2日目の実験課題

1. rf-SQUID のディテクター出力を、高周波の振動中心の関数としてオシロスコープで観察しましょう。ヘリウム容器の周りで磁石を動かすと、波形はどのようになるでしょうか。
2. 錫(Sn)の粒を合わせた試料をガラスデュワー内にセットし、液体ヘリウムを汲みます。
3. Snの超伝導転移温度は約 3.7 Kです。ヘリウム4の飽和蒸気圧でどの程度になるか調べ、その圧力まで減圧します。超伝導領域が現れることを確認しましょう。
4. 発信器からマイクロ波を印可してShapiro stepが現れるかどうか、確認しましょう。
5. Shapiro stepの高さ(電圧)とマイクロ波の周波数から、磁束量子の大きさを算出してみましょう。
6. マイクロ波の強さを変えて、超伝導の臨界電流の大きさ、最初のステップの広さがどのように変わるか調べましょう。



Brian Josephson  
1940 -