

半導体 第14回 (最終回)

勝本信吾

東京大学物性研究所

2013年7月19日

Ch. 6 量子ドット

本講義がいよいよ最終回である。余りに基礎的な所から話を始めすぎたせいか、あるいは話そのものが遅くなっているのか、通常より1回少なかったことを考えても、ちょっと内容が少なかったように思う。今回その「触り」に触れる量子ドットにも2回はかけたかったし、何より光学の方で励起子、ポラリトンとその凝縮に触れる時間がないのは極めて残念である。休講はしなかったし、この講義の性格は「教えねばならないシラバスをがっちり決めて守る」というようなものではないので、補講は考えないが、「もしあと1回あったらこうだった」というような「まぼろしの講義ノート」は作るかもしれない。

1 量子ドットとは

量子ドットとは、何らかのポテンシャルで電子系を3次元的に(すなわち全方向)閉じ込めたものである。完全に孤立した量子ドットの1電子準位は δ 関数的となる。量子ドット中の電子系は、「電子液滴」と見ることができ、強く電磁相互作用する一方、周囲とは電磁相互作用が弱い状態である。電磁氣的にも孤立した量子ドットでは外部環境との結合は無視できる。実際は外部との結合は無視できない場合がほとんどであり、静電的結合を仮定することで取り扱う。逆に、内部の相互作用エネルギーについても環境に対する静電結合を使って有効的に扱うことも多い。

1.1 量子ドットのタイプと作製法

「孤立系」という粗い定義では、極めて多種類の量子ドットがあり得、実際、自己形成法を始め様々な方法で「半ば意図的、半ば天然」に制御された量子ドット系が作られ、モデル化も一筋縄ではいかない。ここでは、量子ドットを通した電子の輸送現象を扱うことにしよう。すると、電流を出し入れするための外界との接触点は少なくとも2か所必要となる。また、電子の直接の通過はできないが、電磁相互作用は行う3か所目の接触点を考え、外部環境

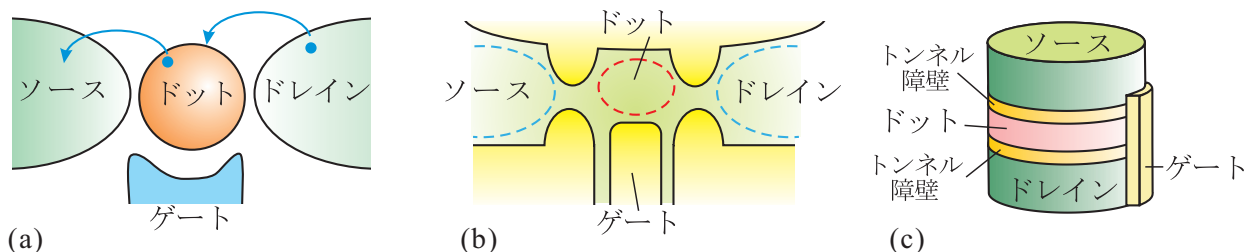


図 14.1 (a) 電気伝導を調べるための代表的な量子ドット構成の模式図。量子ドットを挟んで、伝導を調べるための2つの電極、ソース、ドレインがトンネル障壁を介して接続され、やや離れてドットの電位を制御するゲート電極が配置されている。(b) 「横型」量子ドットの模式図。2次元電子系と微細加工ショットキ金属ゲートを使う。(c) 「縦型」量子ドットの模式図。2つの障壁層で量子ドットになる層を挟んだ構造を作り、その外側のドーブ層でソース、ドレインを形成する。微細加工によりピラー状に切り出し、周囲に円筒状の金属ゲートを形成する。

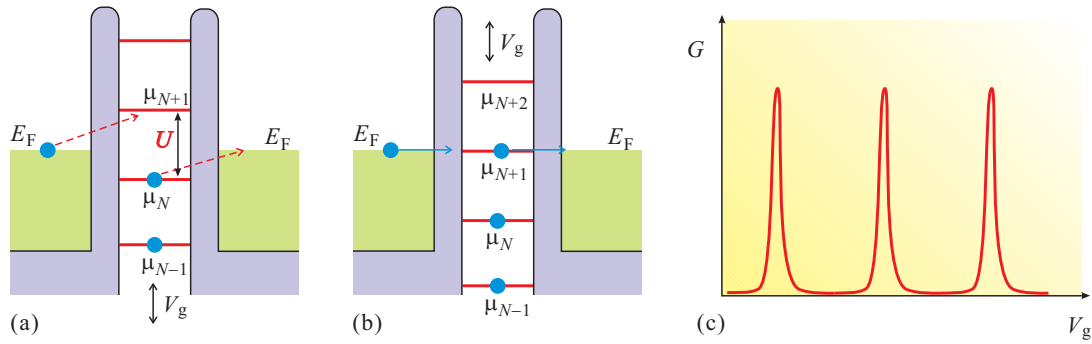


図 14.2 (a) 一定相互作用モデルを使って電気伝導を考える際の簡単な模式図．ドットの化学ポテンシャルは相互作用の大きさ U で等間隔に並ぶ．ソース・ドレインのフェルミ準位 E_F とこの等間隔ポテンシャルが一致していない時は，電子のトンネルに伴って有限なエネルギーが必要となり，トンネルは禁止される（クーロンブロッケード）．(b) ゲート電圧 V_g によって離散的化学ポテンシャルがシフトし，そのどれかと E_F が一致するとトンネル，従って電気伝導が可能になる．(c) (a), (b) の過程が繰り返される結果， V_g に対して量子ドット伝導度 G は等間隔の鋭いピークの連なりとなる（クーロン振動）．

との電磁相互作用の変化を代表させる．これらを図示すると，図 14.1(a) のようになる．ここで，第 9 回で見た電場効果トランジスタ (FET) の端子名称に倣って，3 つの外界との接触端子をソース，ドレイン，ゲートと称する．図 14.1(a) の構造は，各端子をキャパシタと考え，ソース，ドレインのみ電子のトンネル伝導が可能であるとすると，すべての導体部分を金属にしたものであってもゲート電圧によってソース・ドレイン電流の制御が可能であり，これを機能デバイスとして見て単電子トランジスタ (single electron transistor) と呼ぶ場合もある．

半導体超構造を用いて図 14.1(a) のモデルが良く成立する量子系をつくる方法も様々であるが，代表的なものが図 14.1(b) の横型量子ドット，(c) の縦型量子ドットと呼ばれるものである．前者はスプリットゲート法を用いるもので作製は比較的容易であるが，ドット中の電子数が数個のオーダーになるほどドットが小さくなると，ソース-ドレイン伝導も小さくなる欠点がある．後者は作製が容易ではないが，ドット形状が葉巻状の縦に細長いものになり，少数電子系でも伝導が小さくならない点が利点である．

1.2 量子ドットの一定相互作用モデル

1.2.1 静電エネルギー

ドット中に閉じ込められた電子の間のクーロン相互作用を考えるのに，最も簡単な一定相互作用モデルを探ろう．ドット内のどの電子を対として取っても同じ定数のクーロン相互作用を行うとし，これを U とすると， N 個の電子を含むドットのクーロン相互作用は

$$E_{cN} = {}_N C_2 U = \frac{N(N-1)U}{2} = \frac{U(N-1/2)^2}{2} - \frac{U}{8} \quad (14.1)$$

となる． $N \rightarrow N+1$ の変化に伴うクーロンエネルギー変化は

$$\Delta E_+(N) = (N-1)U \quad (14.2)$$

となる．他のエネルギーをすべて無視すると， $\Delta E_+(N)$ は N 番目の電子の電気化学ポテンシャルであり，(14.2) より，これは N に対して等間隔に並んでいる．

N 個の電子に対する量子ドットの電気化学ポテンシャルを μ_N とすると，電極と平衡な状態の電子数を N_0 とし， $\mu_{N_0} < E_F < \mu_{N_0+1}$ である． μ_{N_0} が E_F と一致する時，電子は電極からドットにトンネルで入り込み，また抜け出すことができるので，量子ドットを通した，ソース・ドレイン電圧 (V_{sd} がゼロ付近の電気伝導度 ($G(0)$) は有限値を取る．それ以外の場合，ポテンシャル E_F の電子がドットにトンネルする，あるいはドット内の，ポテンシャル μ_{N_0} の電子が電極にトンネルする過程にはいずれも余分な有限のエネルギーが必要となり，温度揺らぎなどに比べてこの余分なエネルギーが十分大きければドット-電極間のトンネルが禁止される．これをクーロンブロッケードと呼

ぶ．図 14.2(a), (b) より, $G(0)$ が有限となる条件は V_g に対して等間隔で現れるから, $G(0)$ を測定しながら V_g を掃引すると, 図 14.2(c) のように $G(0)$ のピークが等間隔に現れる．これをクーロン振動と呼ぶ．

1.2.2 キャパシタンスモデル

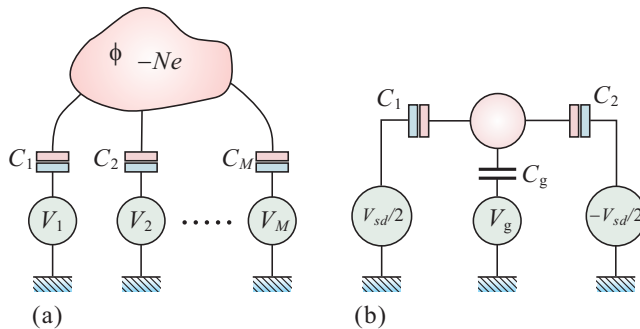


図 14.3 (a) クーロン島の模式図．定電圧電源を丸, トンネル接合を色の異なる長方形を貼り合わせた図形で表している．一番上の不定形をした部分がクーロン島で電荷 $-e$ の電子が N 個いるとしている．(b)(a) と同じだが, 特に 2 つのトンネル接合と 1 つのトンネル確率ゼロのキャパシタ構造に, 対称にバイアス電圧を加えた回路で, 特に単電子トランジスタと呼ばれる．

量子ドットを図 14.3(a) のように, M 個のトンネル接合と定電圧電源を通して接地された金属としてモデル化しよう．定電圧電源は, 粒子を取り出してもその電気化学ポテンシャルが変化しない容量無限大の粒子溜めを電気回路的に表している．回路パラメタを図のように置くと, ドットの静電ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \frac{1}{C_s} \left(\sum_{i=1}^M C_i V_i - Ne \right) \quad (14.3)$$

である．ただし, $C_s \equiv \sum_{i=1}^M C_i$ である．全接合の静電エネルギーの和は (14.3) を使って

$$\begin{aligned} U_E &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M C_i (V_i - \phi)^2 \\ &= \frac{1}{2C_s} \sum_i \sum_{j>i} C_i C_j (V_i - V_j)^2 + \frac{(Ne)^2}{2C_s} \end{aligned} \quad (14.4)$$

となる．

トンネル過程に際し, 定電圧電源は電圧を一定にするためにエネルギーを供給する*1ので, 電気化学ポテンシャルを考えるには, 電源がこの系に対して行う仕事を考慮し, エンタルピー (温度 0 のギブス自由エネルギー) をあつかう必要がある*2． j 番目のトンネル接合を通して 1 個の電子がドットに入る過程を考えると, ϕ が $-e/C_s$ だけ変化することから, 電源の仕事は,

$$W_j = \sum_i^M \Delta q_i V_i - eV_j = e \sum_i^M (V_i - V_j) \frac{C_i}{C_s} \quad (14.5)$$

である． $-eV_j$ の項は, j 番目の電源がトンネルした分の電荷を供給したためについた．このような系で粒子のトンネルに伴う電気化学ポテンシャルは, エンタルピー

$$H(N) = U_E(N) - \int_0^N W dN' \quad (14.6)$$

の N に対する変化 $dH(N')/dN'|_{N'=N}$ である (μ_N とする)．

具体的に 2 つのトンネル接合と 1 つのゲートを持つ量子ドット伝導測定系を考え, 各パラメタを図 14.3(b) のように置こう．ソース・ドレインには対称的にバイアス電圧を加え, $V_1 = -V_2 = V_{sd}/2$ とする．最初クーロン島に電子が N 個いて, そのうち 1 個の電子が接合 1 をトンネルしてソースへ抜ける過程 (図 14.4(c) の $1 \leftarrow$) を考える． H の変化は

$$\Delta H = \Delta U - (-W_1) = \frac{(1-2N)e^2}{2C_s} + \frac{e}{C_s} \left\{ - \left(C_2 + \frac{C_g}{2} \right) V_{sd} + C_g V_g \right\} \quad (14.7)$$

である．絶対零度で考えると, $\Delta H \leq 0$ であればこのトンネル過程は許され*3, それ以外はクーロン・ブロッケードで禁止される． $V_g - V_{sd}$ 座標平面でこの過程の禁止領域は図 14.4(a) の薄赤い半平面で示される．電子数 n の状態

*1 これは実験においても実現しやすい条件である．低温環境にある試料への配線は一般に大きな対地静電容量を持ち, 室温部につながれた測定器によらず, 単電子現象に対しては定電圧電源として働く．

*2 前節のモデルでは, 物理的には電極を化学ポテンシャル一定の粒子溜めとする所に入っているが, $V_{sd} = 0$ の場合を考えたのでゲート電圧の効果としてのみ現れている．

*3 トンネルした電子は余分なエネルギーを持つことになるが, これは瞬時に緩和すると考える．これは特に半導体系では必ずしも成立せず, ダイヤモンドの外側で複雑な電流電圧特性を生じる．

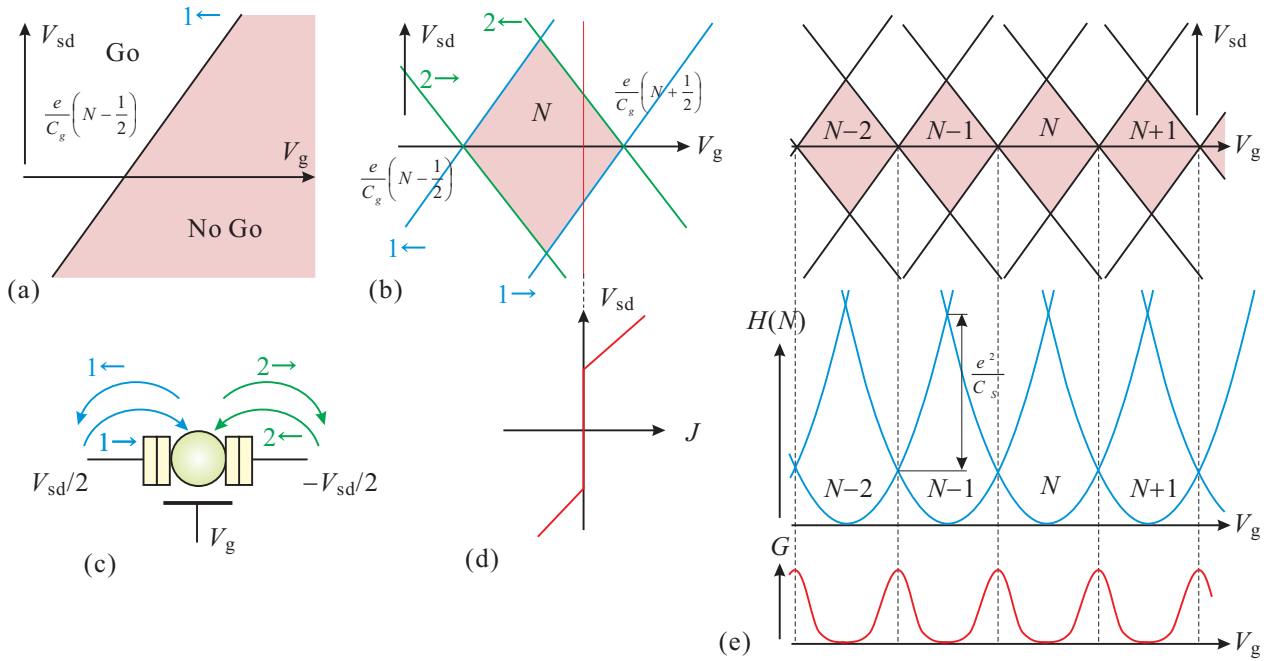


図 14.4 クーロンダイヤモンド構造を模式的に描いた。(c) は単電子トランジスタ構造で可能な、ソース、ドレイン電極と量子ドットとの間の 1 次のトンネル過程を示した。1 \rightleftharpoons , 2 \rightleftharpoons の 4 つが存在する。(a) 初期条件として量子ドットに N 個の電子がいる場合に、1 \rightarrow のトンネル過程が絶対零度で自由エネルギー的に可能となる条件を、 V_g - V_{sd} 平面上に描いた。斜線で示された半平面では、このトンネル過程は禁止される。(b)(c) に描かれた 4 つのトンネル過程についての条件を描いたもの。斜線で示された菱形領域- 電子数 N に対するクーロンダイヤモンド- はいずれのトンネル過程も禁止され、 N 状態が安定である。(d) は、ゲート電圧を固定してソース・ドレイン電圧 V_{sd} を変化させた時に流れる電流の様子を示したもの。ダイヤモンド外部では電流が流れ始め、電流電圧特性は非線形になる。(e) 中：各 N に対する (零ソース・ドレイン電圧での) エンタルピーを V_g の関数として描いた。この放物線の列とクーロン・ダイヤモンドとの関係は上の図のようになり、ダイヤモンドの隣り合う頂点のところ放物線が交差している。また、下の図のように、この交差点でクーロンピークが生じる。

が変化する可能な 1 次のトンネル過程はこれ以外に図 14.4(c) に示した 3 つである。これらの禁止領域もそれぞれ半平面となり、4 つすべての過程が禁止される領域は、図 14.4(b) に示した 4 つの直線で囲まれた菱形領域である。これを N に対するクーロンダイヤモンドと呼ぶ。

1.2.3 量子閉じ込め効果

フェルミ準位付近の電子のド・ブロイ波長がドットのサイズと同程度の場合、量子閉じ込めによる一電子準位の離散化がドットの物理的性質に大きく影響するようになる。半導体量子ドットの、特にサイズの小さなものでは、クーロン振動が図 14.4 で示したような簡単なものではなく、ピーク間隔、幅、高さがいずれも変化に富んだものになるのは主にこの効果によっている。軌道エネルギー最低準位から数えて i 番目の 1 電子準位 (縮退準位はそれぞれすべて縮重分の数の準位として数える) エネルギーを ϵ_i とする。 N に関係のない項を無視すると、

$$H(N) = \frac{(Ne - C_g V_g)^2}{2C_s} + \epsilon_N \quad (14.8)$$

であり、パラボラの交差点は

$$\begin{aligned} \Delta H(N, N+1) &= H(N+1) - H(N) = \frac{e}{C_s} \left\{ \left(N + \frac{1}{2} \right) e - C_g V_g \right\} + \Delta \epsilon_N \quad \Delta \epsilon_N \equiv \epsilon_{N+1} - \epsilon_N \\ V_{gX}(N, N+1) &= \frac{1}{C_g} \left\{ \left(N + \frac{1}{2} \right) e + \frac{C_s}{e} \Delta \epsilon_N \right\}. \end{aligned} \quad (14.9)$$

であるから、クーロン・ピーク位置が $\Delta \epsilon_N$ に比例してシフトする。これにより量子ドット中のエネルギー準位分光を行うことができる。これを 付加エネルギー分光 (addition energy spectroscopy) と呼ぶ。縮退があるとき $\Delta \epsilon_N = 0$

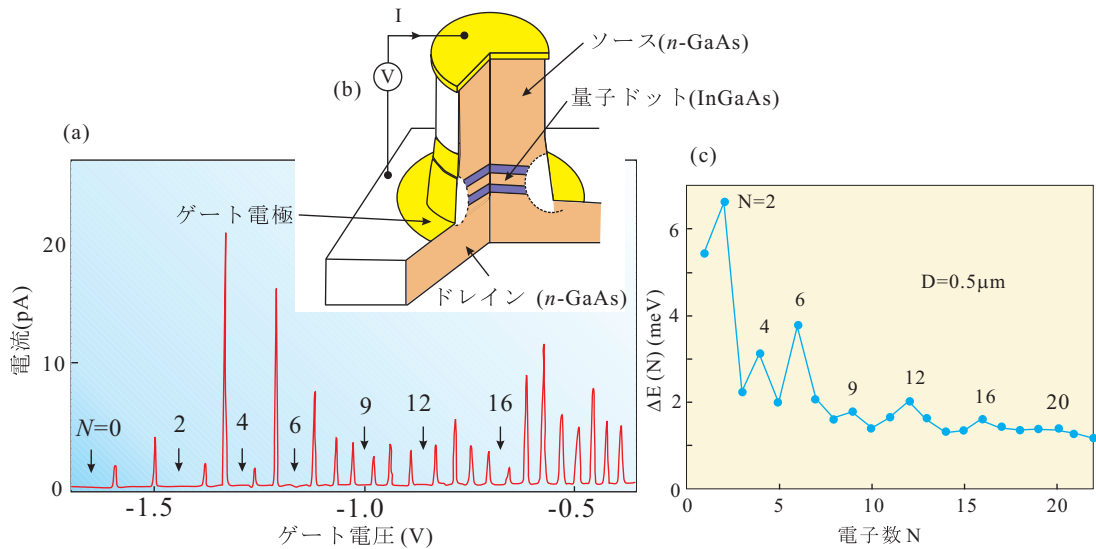


図 14.5 縦型量子ドット (構造模式図は (a) の挿入図) のクーロン振動. (a) ゲート電圧に対してドットの電流をプロットしたもので, $N = 0$ と記された所より負電圧側ではクーロンピークは生じない. (b) 電子数に対してクーロンピーク間隔をプロットした. データは, 文献 [?] より.

であり, スピン (Kramers) 縮退位置がわかれば, これを元に定量的な分光ができる.

図 14.5(a) がクーロン振動で, と記されたピークを最後にそれより負側の V_g ではピークが現れない. これは量子ドット中に電子がいなくなったことを示す. この領域を電子数ゼロとして, ピークごとに電子数が 1 増えることからドット内電子数を正確に決めることができる.

2 量子ドットの伝導現象

電子間クーロン相互作用を量子ドット内とドット-環境間で区分けすることで独特な電気伝導特性が生じ, 更に, 量子ドット内の量子閉じ込め効果を考えることで, そこにバラエティが付くことを見た. これと, 外部 (これまでのモデル内で言えば「電極」) の自由度が絡むことで更に興味深い伝導現象が現れる. 一電子効果と多体効果のそれぞれの代表的な伝導現象との絡みを見て本講義を終えることにしよう.

2.1 量子ドットと干渉効果

電子が量子コヒーレンスを保って伝播する伝導体を「量子回路」と捉えよう, ということを第 4 章以降行ってきた. ここに新たに「量子ドット」という部品が加わったことになる. ここでまず問題となるのが, 「量子ドットを通過する伝導で量子コヒーレンスが保たれるかどうか」という問題である. この問題は考えを進めると, 「量子性を失う, ということはどういうことか」あるいは, 「(量子性を失わせる) 観測とは何か」という問題に通じている. 観測問題は実験や観測による検証が可能な物理ではない観念的哲学の領域に踏み込む危険を孕んだ問題であるが, 基本的重要性を持ったものでもあり, 物理屋としては一種スリルを持って取り組む問題である. ただし, これも量子情報理論・実験の進展に伴い, ミステリアスな部分を持って現在の理論の枠外の何かを持ってこなければ理解できないもの, という感覚は薄れつつある. ごく一般常識的な部分について, 付録 N に記した.

量子ドット伝導においては, クーロンブロックなど効果から, 伝播電子はトンネルに際して電子間相互作用, 電磁場 (光子) との相互作用を行なっていることは間違いなく, 付録 N の考え方に従えば, 量子コヒーレンスが保たれるためには, これら相互作用を行った電子系, 電磁場がトンネル通過後に元の状態に戻る事が必要である. 従って, 前節で見た中で量子ドットを有限バイアス電圧で通過する伝導では通常はコヒーレンスが保たれず, コヒーレントな伝導が考え得るのはゼロバイアスでの伝導に限られる.

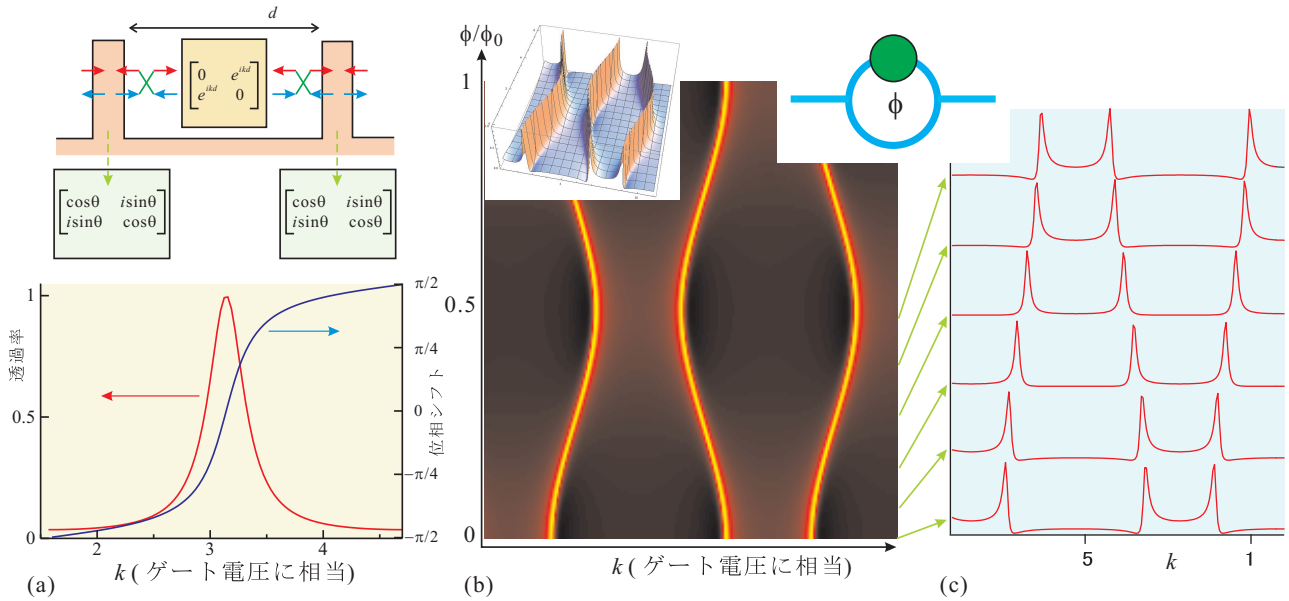


図 14.6 (a) 上：量子ドットコヒーレント伝導を考えるための 2 重障壁モデル．障壁部，井戸部分にそれぞれ S 行列を考え，接続する．下：これによって得られた量子ドット透過率（赤線）と位相シフト（青線）．上図で $d = 1$ とし， k を横軸にとっているが，エネルギーあるいはゲート電圧に相当すると考えてよい．障壁の反射率は 0.7 に取っている．(b) 右上挿入図の AB リング + 量子ドット系の伝導度を k (ゲート電圧相当) とリングを貫く磁束 ϕ に対してカラープロットしたもの．黒 赤 黄の順に伝導度が高くなる (右上挿入図の 3 次元プロット参照)．AB リングモデルの S_w を (a) で得られた S 行列に置換し， S_{AB} に有限反射率を導入したモデルで計算した．ドットの反射率は，0.7，反対側の「参照腕」の反射率は 0.82 に設定した．(c)(b) の透過率を $\phi/\phi_0 = 0, 0.01, 0.19, 0.29, 0.38, 0.48$ について，それぞれ k の関数として下から順にプロットした．ファノ線形が現れ，歪みの向きが磁場によって反転する様子がわかる．

コヒーレント伝導の例として AB リングの片方の経路に量子ドットが入った系 (図 14.6(b) 右上挿入図) を考える．ここで，クーロンブロッケード効果がある量子ドットをどう取り扱うか，が気になるところであろう．クーロン振動のピーク位置で考えると，ピークを形成している量子閉じ込め準位に電子が入り出す時の化学ポテンシャル位置が丁度電極のフェルミ準位であるから，ここではクーロン効果は考えなくても良い．問題はピーク位置からずれた場合である．ピークからずれたゲート電圧でのゼロバイアス伝導は，いくつかの要因で生じている．1つはフォノンなどによる非弾性トンネルであり，この場合はフォノン系と不可逆的な相互作用をするため，コヒーレンスは大きく損なわれる．これに対して，時間とエネルギーとの不確定性により，有限時間エネルギーの高いドット内状態に留まり元のエネルギー状態で伝播を続けるコトンネリング (co-tunneling) と呼ばれるトンネル過程では量子コヒーレンスは維持される．これは結局 2 重障壁ダイオードなどの開放型共鳴器で閉じ込めが完全でないために準位に寿命幅が付くのと同一現象である．すなわち，クーロン効果を入射波の共鳴エネルギーからのずれの効果にすり替えてしまうことができ，結局コヒーレント伝導で導入した S 行列手法などによる共鳴器の取り扱いで量子ドットを取り扱うことができる．

ここでは，図 14.6(a) に示した合成 S 行列をそのまま量子ドット S 行列に使用し，AB リングモデルの S_w を (a) で得られた S 行列に置換し， S_{AB} に有限反射率を導入したモデルで計算した．

透過率のエネルギー依存性は，

$$T(\tilde{\epsilon}) \propto \frac{(\tilde{\epsilon} + q)^2}{\tilde{\epsilon}^2 + 1}, \quad \tilde{\epsilon} \equiv \frac{E - E_0}{\Gamma}, \quad (14.10)$$

で良く近似される． q はファノ・パラメータと呼ばれ， q の絶対値が大きいほど線形の非対称性が大きく， q の符号によって歪む「向き」が変わる． $q = 0$ では対称なディップ形状となる．

ファノ効果は様々な系で見られるが，量子ドット干渉計では外部パラメタによって制御できる点が特徴である [?]．例えば，AB 干渉計の場合，磁束 ϕ によりファノパラメタ q に AB 振動を生じさせることができ，図 14.6(b) でクー

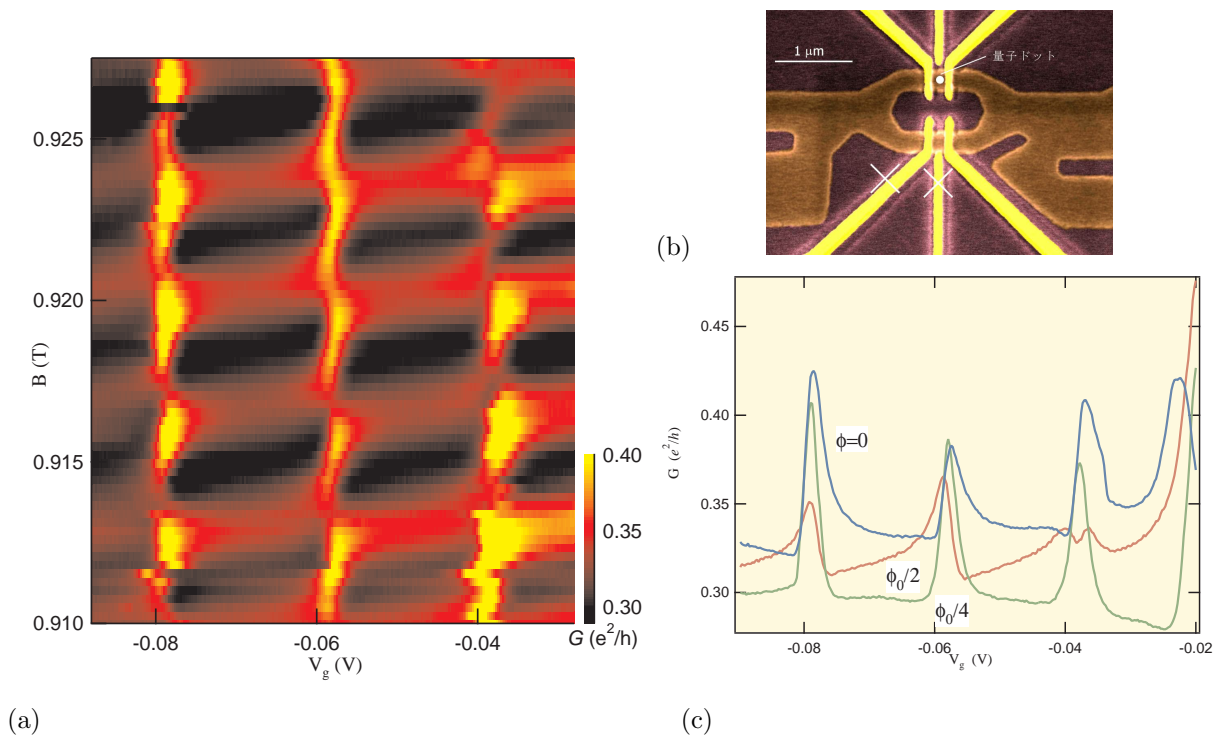


図 14.7 (a) AB リングに量子ドットを埋め込んだ構造で測定した伝導をゲート電圧と磁場との関数としてカラープロットしたもの．(b) 実験に使用した試料の電子顕微鏡写真．×印をつけたゲートはこの実験では使用していない．(c) 3つの代表的な磁場におけるクーロン振動を示した．基準のデータについて $\phi = 0$ とした [3] ．

ロンピーク位置が ϕ_0 周期でジグザグ運動しているのはこれを反映している．

実験例を図 14.7 に示す．この実験ではかなりの数の伝導チャンネル (5~10) が伝導に寄与し、分岐点是对称な形にはなっていないので、干渉で伝導度がゼロに落ちるような理想的な伝導にはならないが、量子ドットのゲート電圧 V_g に緩慢にしか応答しない伝導成分はドットのない経路のみ通過した電子による伝導なので除去すると、残り (図 14.7(a)) は図 14.6(b) と比較できる．条件にもよるが、ドットは少数の伝導チャンネルと大きな結合を持つことが多く、このように V_g への応答成分を取ることによって少数チャンネルの実験結果を得ることができる．

図の比較からもわかるように、上の簡単なモデルでも実験とかなり類似した結果が得られるが、定性的に異なる点も幾つか存在する．特に、 V_g 方向に流れる縞模様として現れる AB 振動の位相がジャンプせずに連続的に変化している．これは、複数経路が伝導に効いているためと考えられ、これを考慮した理論では定量的にも実験を再現することができる [4] ．

2.2 量子ドット伝導とスピン – 近藤効果

量子ドットの局在スピンと電極の多電子の相互作用が電気伝導に劇的な効果をもたらす例として、近藤効果を取り上げる．

電極電子の伝導チャンネルを i, j で指数付けする．また、量子ドットは 2つの縮退状態を持つ量子ビットと考え、その指標を α, β と書く． i チャンネルにいた電子がドットで j チャンネルに散乱され、ドット状態が $\alpha \rightarrow \beta$ と変化することに対応する複素透過係数を考え^{*4}、これを $t(j, \beta; i, \alpha)$ と書くことにする^{*5} ．

トンネルハミルトニアン部分を、この t を使って

$$\hat{H}_{\text{int}} = - \sum_{k, k'} \sum_{i, j, \alpha, \beta} \frac{\hbar}{\sqrt{v_{F_i} v_{F_j}}} t(j, \beta; i, \alpha) |\beta\rangle \langle \alpha| c_{k\beta}^\dagger c_{k'\alpha} \quad (14.11)$$

^{*4} これまで S 行列は伝導に限って考えてきたが、一般の量子遷移に適用できる．

^{*5} 便宜上、これまでの t の定義と虚数単位 i だけ異なる．

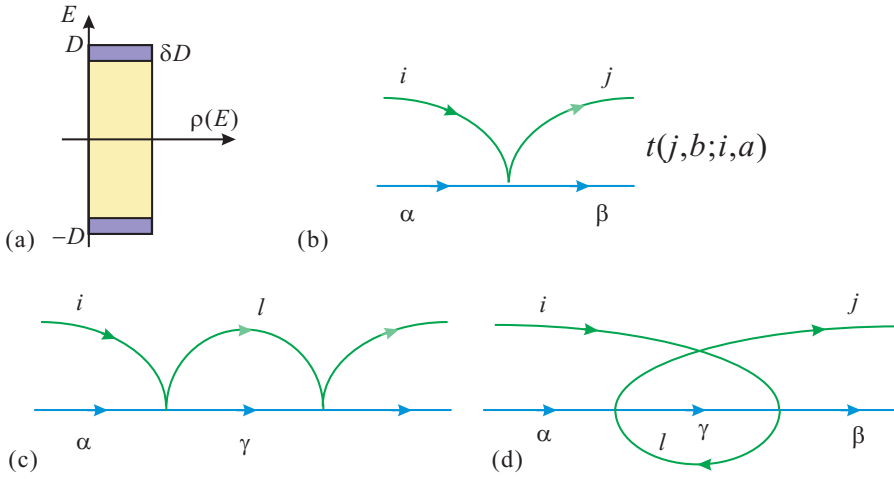


図 14.8 (a) プアマンズスケールリングの概念図。(b) $t(j, b; i, a)$ が表す透過 (散乱) 過程をダイアグラムで表したものである。量子ビットの状態を青いライン、これと相互作用するフェルミオン (電子) の状態を緑のラインで示している。(c) 仮想電子状態を中間チャネルとする 2 次の散乱過程。式 (14.12) の右辺第 1 項に相当。(d) 同じく正孔状態 (時間を逆行する緑のライン) を中間チャネルとする過程。

と書くことができる。チャネルのフェルミ速度 $v_{Fi,j}$ の平方根が分母に入っているのは本稿での複素透過率の定義による。近藤効果は、2 次以上の遷移 (量子ドット伝導では同時トンネル) の寄与が異常を生じる過程である。これに対していわゆるプアマンズスケールリング (poor man's scaling) を行ってみる。すなわち、エネルギー領域 $[-D, D]$ のフラットな状態密度のバンドを仮定し、 D を微小量 δD だけ縮めた時、低エネルギー現象を不変に保つために透過率 t がどのように変化するか調べる。

2 次の過程を考えると、図 14.8 のように、中間状態として電子のチャネルを使うものと、正孔のチャネルを使うものが考えられる。中間チャネルを l 、ドットの間状態を γ で指数付けすると、 $\eta \equiv \ln D$ として

$$\frac{dt(j, \beta; i, \alpha)}{d\eta} = \frac{1}{2\pi} \sum_{l, \gamma} (t(j, \beta; l, \gamma)t(l, \gamma; i, \alpha) - t(l, \beta; i, \gamma)t(j, \gamma; l, \alpha)) \quad (14.12)$$

というスケール方程式が得られる。ここで 2 項目の正孔を経由する過程の寄与に負号がついているのは電子の生成消滅演算子の反交換関係によるものである。 $t(j, \beta; i, \alpha)$ を状態 (i, α) を 1 つのインデックスとする行列 t と扱う。これを $\{\bar{t}(j, \beta; i, \alpha)\}$ と書き、「チャネルに関する転置行列」 \bar{t} を

$$\{\bar{t}(j, \beta; i, \alpha)\} = \{t(i, \beta; j, \alpha)\} \quad (14.13)$$

を定義すると、(14.12) は

$$\frac{dt}{d\eta} = \frac{1}{2\pi} (t^2 - \bar{t}^2) \quad (14.14)$$

と表すことができる。

スピン散乱状態は、量子ビット状態と伝導チャネル状態が最大エンタングルしたものであった。そこで、そのような最大エンタングル状態 $\Psi_{i\alpha}$ を考えると、 i と α の 1 対 1 対応状態であるから

$$\sum_{\alpha} \Psi_{i\alpha}^* \Psi_{j\alpha} = \frac{\delta_{ij}}{N_{\text{ch}}}, \quad \sum_i \Psi_{i\alpha}^* \Psi_{i\beta} = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2} \quad (14.15)$$

である。従って、演算子

$$\hat{t} = Kt \left(|\Psi\rangle\langle\Psi| - \frac{1}{2N_{\text{ch}}} \hat{I} \right), \quad K = \left(1 - \frac{1}{2N_{\text{ch}}} \right) \quad (14.16)$$

を作ると、 $|\Psi\rangle$ は固有値 t を持つ \hat{t} の固有関数で、 $\text{Tr}(\hat{t}) = 0$ である。これをトンネルハミルトニアン (14.11) の中の \hat{t} として採用してみる。これをスケール則 (14.14) に入れて Ψ が最大エンタングル状態であることを勘案して計算してみると、(14.14) の右辺全体が Ψ を固有ベクトルに持つ行列になる。これより

$$\frac{dt}{d\eta} = \frac{K}{2\pi} t^2 \quad (14.17)$$

が得られる。

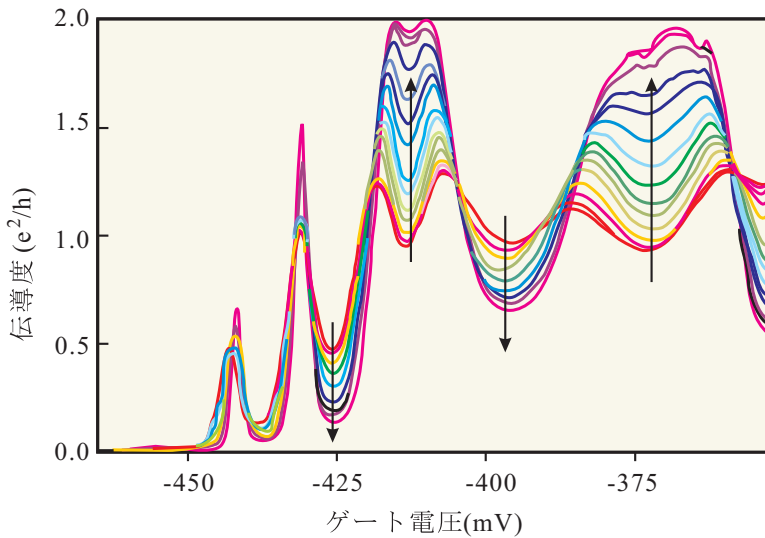


図 14.9 比較的電極との結合が強い量子ドットに現れた近藤効果．クーロンの谷における伝導度が温度低下（矢印で示した）と共に交互に増大と減少を示し，増大した谷ではほぼ $2e^2/h$ に達している [6]．

(14.17) より， $t > 0$ に対して $t \rightarrow \infty$ ，すなわち，バンド幅を狭めるに従い，透過行列が無限大に発散するという結果が得られる．むしろこのスケールは t が小さいという前提条件で成立するので，発散する所までは使えないが，温度が低くなるほど透過（結合）が大きくなるという漸近的強結合の性質を示すものである．(14.17) の解は η_K を定数として $t(\eta) = (2\pi/K)(\eta_K - \eta)^{-1}$ となり，発散が生じるのは $\eta = \eta_K$ である．これが，近藤効果の特徴づけるパラメーターである近藤温度 T_K を

$$k_B T_K = E_{\text{cut}} \exp(-2\pi/Kt_0) \quad (14.18)$$

与えるが，繰り込みの際に常に付きまとう，不明な数であるカットオフエネルギー E_{cut} が現れている．透過率 t のエネルギー依存性は

$$t(E) = \frac{2\pi}{K} \frac{1}{\ln(E/k_B T_K)} \quad E \gg k_B T_K \quad (14.19)$$

と E_{cut} が現れない形になる．

(14.12) のスケール側は，量子ビットと電子系（フェルミ粒子系）との相互作用系について導いたものであり，2次のプロセス（同時トンネル）による透過率の異常増大は $D \rightarrow 0$ すなわち温度を T_K より十分下げて有効バンド幅 0 が小さくなったときに得られる．すなわちこの現象（近藤効果）は，フェルミ面由来の現象である．また，(14.17) の導出からわかるように，量子ビットの自由度が周辺自由度と最大エンタングルすることで生じる現象である．(14.17) のスケール側は透過行列として (14.16) の形を前提としている．一般の場合に相互作用が同形になる保証はないが，(14.16) はスケール側が (14.17) の簡単な形となるために選ばれたもので，一般の透過行列についても，むしろ特別な形を考えなければ透過行列中の (14.16) に相当する部分が漸近的強結合のスケールを生じて支配的になると考えられる．すなわち，近藤効果は量子ビット（2準位系）がフェルミ粒子系と粒子のやり取りを伴う相互作用をする場合に普遍的に生じる現象である．

量子ドットにおいては，以上の議論からわかるように，近藤効果が生じると同時トンネル過程によって透過行列が異常増大する． $T \rightarrow 0$ の近藤効果の理論によれば透過率は 1（ユニタリティ極限）まで，すなわち，伝導度が $2e^2/h$ まで増大する．同時トンネルはクーロンブロック現象ではトンネルが禁止されるクーロンの谷においても生じる現象であるから，近藤効果が生じる前提であるエネルギー準位の縮退があれば，近藤効果がなければ第 1 回の本講座で見たように温度低下とともに伝導度が低下するクーロンの谷において，近藤効果が生じた場合は逆に伝導度が通常のクーロンピークにおいて期待される最高の伝導度である e^2/h の 2 倍まで増大するという劇的な現象が生じることになる [?]

エネルギー縮退としては，最も普遍的に存在するものとして電子スピンによるクラマース縮退が考えられ，前節でも考えた一電子の軌道準位が順にスタックする簡単なモデルでは，電子数が奇数となるクーロンの谷で近藤効果発生の条件が満たされていることになる．更に，近藤効果が観測されるには， T_K が実験室で電子温度として到達し得

る温度である数十 mK よりも高くなる必要があり，このためには電極とドットとの結合を高く設定する必要がある．代表的な実験結果を図 14.9 に示した．

参考文献

- [1] 勝本信吾，「メゾスコピック系」（朝倉書店，2002）．
- [2] U. Fano, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
- [3] K. Kobayashi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 256806 (2002); Phys. Rev. B **68**, 235304 (2003).
- [4] A. Aharony, O. Entin-Wohlman, T. Otsuka, H. Aikawa, S. Katsumoto and K. Kobayashi, Phys. Rev. B **73**, 195329 (2006).
- [5] 特に量子ドットの近藤効果についての解説：江藤幹雄，物性研究 **85**, 853 (2006).
- [6] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, T. Fujisawa, J. M. Elzerman, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven Science **289**, 2105 (2000).

付録 N：量子デコヒーレンス

すでに講義中では簡単に説明したが，環境論の立場から量子デコヒーレンスを説明しておこう．まず，「観測とは何か」という，良く立てられる命題について命題の言い換えをする．ある系の量子状態が 2 次元のヒルベルト空間で表されたとする．このような系を 2 準位系 (two-level system)，あるいは量子ビット (quantum bit, qubit, q-bit) と呼ぶ．このような系 2 つを， $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ ， $\{|A\rangle, |B\rangle\}$ と書こう．それぞれの系の状態を示す波動関数は， $|\psi\rangle = |1\rangle + |2\rangle$ ， $|\phi\rangle = |A\rangle + |B\rangle$ のように 2 次元の線形結合で書くことができる．ただし，各基底波動関数に付く規格化定数を省略している．これら 2 つの系の間に相互作用がなければ，合成系の状態は，

$$|\Psi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle = \sum_{i=1,2,j=A,B} |i\rangle \otimes |j\rangle$$

と書くことができる．これに対して，一部の要素を除いた

$$|\Psi_e\rangle = |1\rangle \otimes |A\rangle + |2\rangle \otimes |B\rangle \tag{N.1}$$

を考える．繰り返しになるが，規格化の定数は省いている．この状態では， $|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ との間には相互作用が存在し，これらが見かけ上どれ程離れた場所にあったとしても， $|\phi\rangle$ を測定して $|A\rangle$ という結果が出たとすると $|\psi\rangle$ は自動的に $|1\rangle$ に定まる．あるいは，「… に定まる」という因果律的な書き方より，(N.1) では $|\phi\rangle$ と $|\psi\rangle$ は区別不可能な状態になっている，というべきであろう．(N.1) の状態では， $|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ は最大エンタングル状態 (maximally entangled state) にある，という．

前置きが長くなったが，ここで， $|\phi\rangle$ が観測装置を表していて， $|A\rangle$ と $|B\rangle$ はマクロに区別の付く状態であるとする．この場合は， $|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ が最大エンタングルした時点で $|A\rangle$ か $|B\rangle$ のどちらが実現したか判明しているわけであるから，「観測とは，観測装置のマクロな自由度と被観測体の自由度とを最大エンタングルさせることである」と言い換えることができる．

しかし，これはもちろん問題の言い直しに過ぎず，「マクロな状態とミクロな状態とのエンタングルメントはどのように生じるのか」，「そもそもマクロな状態，とは何か．量子力学は適用されるのか否か」という問題に答えなければならない．

環境論の答えは，「基礎方程式に書き込まれるべきデコヒーレンスは存在しない」，しかし，「多自由度系の統計力学的原理により，ミクロ自由度と多自由度系がエンタングルすることでデコヒーレンスが生じる」．