

半導体物理学 第 15 回 (最終回)

勝本信吾

東京大学物性研究所

2011 年 7 月 21 日

4.3 整数量子ホール効果 (グラフェン, 続き)

ついでに, 半古典論の場合にグラフェンにおけるランダウ量子化がどのようになるか見ておく. バンド分散有効質量が使えないので, 有効質量を考えずに成立する一般的な性質を使用して議論し, エネルギーについては, 質量のない粒子の相対論的な関係 $E = pc$ (c はこの粒子の速さ) を使用する. 正準運動量 p_c を

$$p_c = \pi - eA = \hbar k - eA \quad (9.58)$$

と書く. サイクロトロン半径 r_c は $r_c = \hbar k / eB$ と表すことができるから, 半径 r_c のサイクロトロン軌道を一周した際に電子が獲得する位相は, 通常の電子の場合と全く同じで

$$2\pi r_c k + \theta_{AB} = 4\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (9.59)$$

となる. これが $2n\pi$ となる条件から

$$r_0 = \sqrt{2nl} = \sqrt{\frac{2n\hbar}{eB}}. \quad (9.60)$$

エネルギー分散関係を $E = c\hbar k$ と書くと,

$$E = c\hbar k = \sqrt{2e\hbar c^2 B n} \quad (9.61)$$

となる. 分散関係により n 依存性が \sqrt{n} となっているが, 電子濃度に対する E_F の変化も同様なのでこれは特に異常を生じない. それ以外については, 特に異常は一見ないように思われる.

しかし, 式 (9.57) では通常と大きく異なる点として括弧の中に $1/2$ の項があり, これにより, すべてのプラトー位置が通常より半分だけずれた位置に現れることになる. これは, 単層グラフェンの K 点の特異なバンド構造^{*1}によるものである. これを見るために, ここでは, バンド構

*1 ただし, 同様の構造を持つ物質は他にも存在する. また, 真性半導体のフェルミ準位に位置していない例であれば相当数存在する.

造を調べるときに見た，A，B サブ格子に分けて考えるやり方を再度使用する．ただし，ある K 点の周りの $k \cdot p$ 摂動を考えることにする．

波数 k の K 点 K からのずれを q とする．

$$\mathbf{k} = \mathbf{K} + \mathbf{q}. \quad (9.62)$$

$k \cdot p$ 摂動の詳細は付録 (後で付ける予定) に回すが，包絡関数 $\zeta_A(\mathbf{q}, \mathbf{r})$ ， $\zeta_B(\mathbf{q}, \mathbf{r})$ を決める固有値方程式は，

$$\frac{\hbar^2}{2m} \sqrt{3} \xi \begin{pmatrix} 0 & q_x - iq_y \\ q_x + iq_y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_A \\ \zeta_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \zeta_A \\ \zeta_B \end{pmatrix} \quad (9.63)$$

となる (これからも， E が $|q|$ に比例することがすぐわかる)．磁場 B が入った場合をランダウゲージ $\mathbf{A} = (0, Bx)$ で扱うと，

$$\hbar \begin{pmatrix} 0 & -i \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{x}{l^2} - \frac{\partial}{\partial y} \\ -i \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{x}{l^2} + \frac{\partial}{\partial y} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_A \\ \zeta_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \zeta_A \\ \zeta_B \end{pmatrix} \quad (9.64)$$

である．ランダウゲージで波動関数を求めたときの手続きに習い，変数分離型

$$\zeta_A(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = \exp(iq_y y) \eta_A(q_x, x), \quad \zeta_B(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = \exp(iq_y y) \eta_B(q_x, x) \quad (9.65)$$

を仮定すると，

$$\begin{pmatrix} 0 & -i \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{x}{l^2} \right) - iq_y \\ -i \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{x}{l^2} \right) + iq_y & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_A \\ \eta_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \eta_A \\ \eta_B \end{pmatrix} \quad (9.66)$$

である．これを， η_A ， η_B のそれぞれの方程式の形に書き直すと，

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(q_y - \frac{x}{l^2} \right)^2 \right] \eta_A = \left(\epsilon^2 - \frac{1}{l^2} \right) \eta_A, \quad (9.67a)$$

$$\left[-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(q_y + \frac{x}{l^2} \right)^2 \right] \eta_B = \left(\epsilon^2 + \frac{1}{l^2} \right) \eta_B \quad (9.67b)$$

と，調和振動子型になるので，エネルギーは， $n_A, n_B = 0, 1, 2, \dots$ の 2 つの指数を使って，それぞれ

$$E = \pm \sqrt{2e\hbar c^2 B(n_A + 1)}, \quad (9.68a)$$

$$E = \pm \sqrt{2e\hbar c^2 B n_B} \quad (9.68b)$$

となる．この式を見ると， $E = 0$ に特徴的な準位があり，ただし，ここには B 部分格子に属する準位だけが存在する．すなわち疑スピンの縮退が解けている．ブリルアンゾーン中にあるもう 1 つの K 点について同じ計算を行うと，(9.63) の符号が入れ替わるため，(9.68a) と (9.68b) が入れ替わって A と B に関する非対称性は解消するが， $E = 0$ の縮退が解けている点は変化がなく，従って，最初の量子化ホール伝導度のみ $2G_q$ となる．これ以上は，縮退によって $4G_q$ となるため，式 (??) のように半分だけずれた量子ホール効果が現れる．

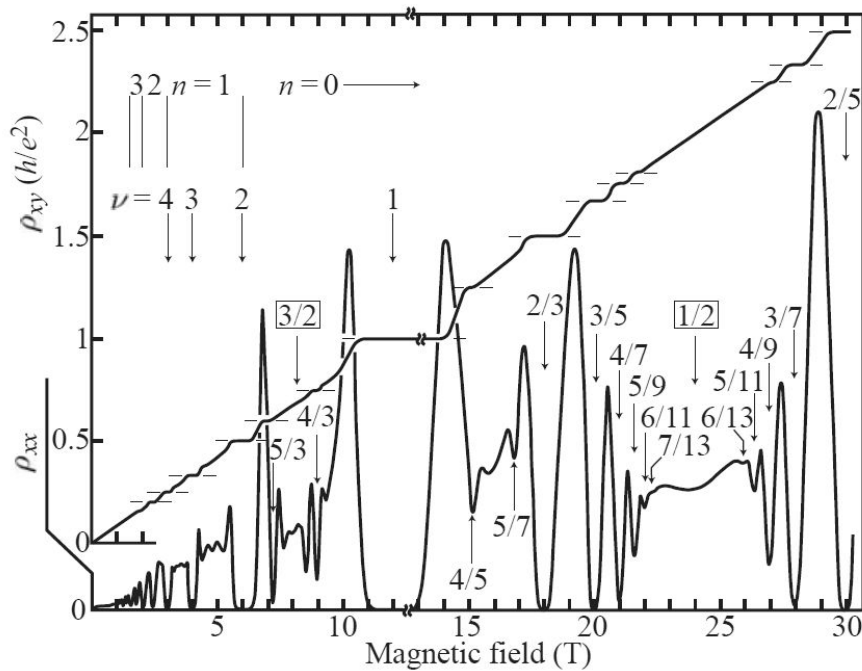


図 9.13 分数量子ホール効果測定の実例 .

5 分数量子ホール効果

5.1 分数量子ホール効果の実験

分数量子ホール効果 (Fractional Quantum Hall Effect, FQHE) は、移動度の高い 2DEG での実験で発見された。これは、整数量子ホール効果でプラトー構造が現れるホール伝導度 $\sigma_{xy} = nG_q$ (n は整数) に対して

$$\sigma_{xy} = fG_q, \quad f = \frac{m}{n} \quad (n : \text{odd integer}, m : \text{integer}) \quad (9.69)$$

の位置に量子化プラトーが生じる，というものである。

測定の実例とされるものが図 9.13 である。IQHE も当然見えてはいるが， ρ_{xy} においては，プラトーの広さはそれほど顕著ではなく，むしろ古典論的な磁場に比例するラインに乗っていて，(9.69) に相当する位置に短いプラトーが現れている。これに対して， ρ_{xx} の磁場変化は大変劇的であり，(9.69) 位置の短いプラトーの所でも $\rho_{xx} = 0$ に落ちるため，非常に激しい振動が現れている。IQHE が終了した充填率 $\nu < 1$ の領域でも FQHE の為に大変細かい振動が現れており，特に $\nu = 1/2$ を中心に対称的な形状になっていることがわかる。

FQHE は移動度に変化敏感であり，移動度の低い試料では観測することができない。また，IQHE に比べても更に低温でのみ観測され，活性化エネルギーは高々数 K のオーダーである。一般に磁場が強い方が観測が容易である。

その物理に進むために，まず，電子間相互作用と電子の局在について簡単に考えておく。強磁場下の 2 次元電子が不純物による乱雑なポテンシャル中にある場合，この電子は，端状態的になって不純物ポテンシャルの等高線に沿って運動する。局在状態は，閉じた等高線に沿って閉軌

道を運動する状態であるが、電子間相互作用は不純物ポテンシャルに対してゆらぎを与えるため、軌道が閉じなくなって局在が解ける可能性がある。

5.2 ラフリン (Laughlin) 状態

FQHE が生じている時の電子状態は、このような電子間相互作用が強く影響した一種の電子液体状態であることがその後の研究により明らかにされてきた。そのような多体状態に対して、BCS 以来とも言える、簡潔な形で非常に良い近似の多体の波動関数を書き下ろしたのがラフリン状態と呼ばれるものである。

IQHE の時と同様、磁場 B 中の xy 平面 2 次元電子系を考える、今度は都合により対称ゲージ $\mathbf{A} = (-By/2, Bx/2)$ を取る。 xy 面を複素平面で表す。また、距離を磁気長で測ることとし $z = (x - iy)/l$ とすると、電子間相互作用を加えたハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \sum_j \left[\frac{1}{2m} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + V(z) \right] + \sum_{j < k} \frac{e^2}{|z_j - z_k|} \quad (9.70)$$

と表すことができる。

まずは、ポテンシャルと電子間相互作用がない場合の最低ランダウ準位の 1 電子波動関数を考えてこれに電子を詰めて多体の関数を作り、これが電子間相互作用の項を小さくするように取ることを考える。 $X^2 + Y^2$ を対角化、従って、角運動量の固有状態となる波動関数は

$$\phi(z) = p(z) \exp\left(-\frac{|z|^2}{l^2}\right) \quad (9.71)$$

と書くことができる。 $p(z)$ は z の多項式である。今、系の電子数を N_e として、これから多体の波動関数を作ると

$$\psi(z_1, \dots, z_{N_e}) = f(z_1, \dots, z_{N_e}) \exp\left(-\sum_i \frac{|z_i|^2}{4}\right) \quad (9.72)$$

と書くことができる。パウリ原理によって、多項式 f は $(1, \dots, N_e)$ の交換に対して反対称でなければならない。

f の一般項は、(係数) $\times \prod_i z_i^{m_i}$ という形をしているが、これは、この項が i 番目の電子が $m_i \hbar$ という角運動量を持った状態を表していることを示している。すなわち、この項が表す状態は全角運動量 \hat{M} が $\sum_i m_i \hbar$ であり、これは \mathcal{H} と交換する保存量であるから、 ψ も \mathcal{H} と \hat{M} を同じ対角化する状態であることが望ましい。そのためには f は斉次多項式である必要がある。

更に、相互作用項を小さくするために 2 体の相関を考える。 i, j 2 電子間の距離は $|z_i - z_j|$ であるから、 f を $z_i - z_j$ にのみ依存する関数 g の積と考える。すなわち、

$$f(z_i, \dots, z_{N_e}) = \prod_{i > j} g(z_i - z_j). \quad (9.73)$$

ここで、 f の反対称性から、 $g(z) = z^q$ で q は奇数でなければならない。以上をまとめた

$$\psi_q(z_1, \dots, z_{N_e}) = \prod_{i>j} (z_i - z_j)^q \exp\left(-\sum_i \frac{|z_i|^2}{4}\right) \quad (9.74)$$

をラフリン状態という。

強磁場下 2 次元電子系には強い電子間相関に伴い、様々な基底状態が存在することが明らかになっているが、このラフリン状態は、その嚆矢として、分数量子ホール効果をよく説明する状態として現れたものである。関数形からもわかるように、電子間相互作用を下げるようにできており、厳密対角化を使った有限系での厳密解にも近いことが知られている。

5.3 ラフリン状態の占有率

式 (9.74) のラフリン状態において、指数の前についている多項式について考えるとひとつの指数 i で指定される電子座標 z_i の最大べきは $M = (N_e - 1)$ である。このべきの項が、電子 i の角運動量が最大値 $M\hbar$ を取る状態を表しており、半径 $\sqrt{2Ml}$ の円の周りに l だけ広がった (z 平面では $l = 1$ とする) 軌道を取る。 N_e 個のランダウ準位に対応する面積は $2\pi l^2 N_e$ であるから、この項が表す状態の占有率は

$$\nu = \frac{2\pi l^2 N_e}{\pi \times 2Ml^2} = \frac{N_e}{M} = \frac{N_e}{(N_e - 1)q} \approx \frac{1}{q} \quad (9.75)$$

であることがわかる。多数の項中で軌道半径が最も大きなものが、このように 1 つの電子に最大の角運動量を与えるタイプのものであるから、この項の占有率が ψ_q 自身の占有率になると考えられる。すなわち、逆に言うと、占有率によって対応するラフリン状態の q が決定されてしまう。

5.4 励起状態

(9.74) からの励起について考える。各電子の角運動量が 1 だけ増加する状態を考え、 $\prod_i z_i \psi_q$ とする。

$$\prod_i z_i \psi_q = \prod_i z_i \sum A_{m_1, m_2, \dots} z_1^{m_1} z_2^{m_2} \dots z_{N_e}^{m_{N_e}} \exp\left(-\sum_j \frac{|z_j|^2}{4}\right) \quad (9.76)$$

$$= \sum A_{m_1, m_2, \dots} z_1^{m_1+1} z_2^{m_2+1} \dots z_{N_e}^{m_{N_e}+1} \exp\left(-\sum_j \frac{|z_j|^2}{4}\right) \quad (9.77)$$

と各項について展開した形に書く。この $\prod_i z_i$ との積をとる操作は、各電子の角運動量を増加させると共に、原点*2に波動関数のゼロ点を導入している。ゼロ点周りでは、最小ランダウ半径 l 程度の大きさで電子波動関数振幅が小さくなるので、負電荷密度が減少し、背景正電荷によりゼロ点付近に正電荷があるように見え、これを準粒子とみなすことができる。

*2 もちろん、これは $\prod_i (z_i - z_0)$ とすれば、任意の点 z_0 にゼロ点を導入できる。

ここで更に $\prod_k (z_k - z_0)^q$ をかけて、点 z_0 に q 個の準粒子を導入する。ここへ、更に z_0 に 1 個の別の空間的広がり l の電子を付け加える操作を行うと、

$$\prod_k (z_k - z_0)^q \prod_{i < j} (z_i - z_j)^q \exp \left(- \sum_l \frac{|z_l|^2}{4} - \frac{|z_0|^2}{4} \right) \quad (9.78)$$

となり、結局これは 1 個だけ電子が多く、空間的に一様なラフリン状態に他ならない。 q 個の正電荷を持つ準粒子 (準正孔) と電荷 $-e$ の電子が対消滅してやや広がったラフリン状態が生じた形であるから、結局準粒子 1 個が持つ電荷を e/q と考えて良いことになる。

5.5 複合フェルミオン描像

ラフリン状態 ($\nu = 1/q$) では、電子は互いに距離を置こうとするので、ある電子の近傍だけ見れば、一様な磁場中に 1 個の電子があるように見える。 $\nu = 1$ のランダウ準位では、ちょうど 1 個の電子あたりに 1 量子磁束 Φ_0 分の磁場がかかっているため、このラフリン状態では 1 個の電子あたりの磁束量子の数は q である。そこで、このような電子を、偶数 ($2k$) 本の量子磁束を元々持っている「粒子」と考えてみる。このような粒子はラフリン波動関数に戻って考えればフェルミ統計に従うので、複合フェルミオン (composite fermion, CF) と呼ぶ。「複合フェルミオン」が感じる磁場は、磁束 $q - 2k$ 本分ということになる。

すなわち、 $q - 2k = 1$ は CF の占有率を n として $n = 1$ の IQH 状態とみなせる。同様に、 $1/(q - 2k) = n > 1$ の場合、 n が整数のところではやはり IQH 状態が生じる。これらは、CF が広がった状態であるから、すなわち、電子波動関数が広がった状態であると考えることができる。この時、元の電子の占有率 ν は

$$\nu = \frac{1}{q} = \frac{1}{2k + 1/n} = \frac{n}{2kn + 1} \quad (9.79)$$

である。これは、 $k = 1$ に対して $2/5, 3/7, 4/9, \dots$ という比較的観測されやすい FQH 系列を与える。更に、これらを次の基底状態とすることで、観測された FQH 状態を説明できる。すなわち、電子の FQH を CF の IQH として解釈することができる。 $\nu = 1/2$ まわりの ρ_{xx} が対称で電子のゼロ磁場状態に近く見えるのも、CF の SdH 振動として解釈することができる。

6 量子ドットと量子ホール効果

6.1 量子ドットの一定相互作用モデル

量子ドットとは、何らかのポテンシャルで電子系を 3 次元的に (すなわち全方向) 閉じ込めたものである。完全に孤立した量子ドットの 1 電子準位は δ 関数的となる。ドット中に閉じ込められた電子の間のクーロン相互作用を考えるのに、最も簡単な一定相互作用モデルを採ろう。ドット内のどの電子を対として取っても同じ定数のクーロン相互作用を行うとし、これを U とする

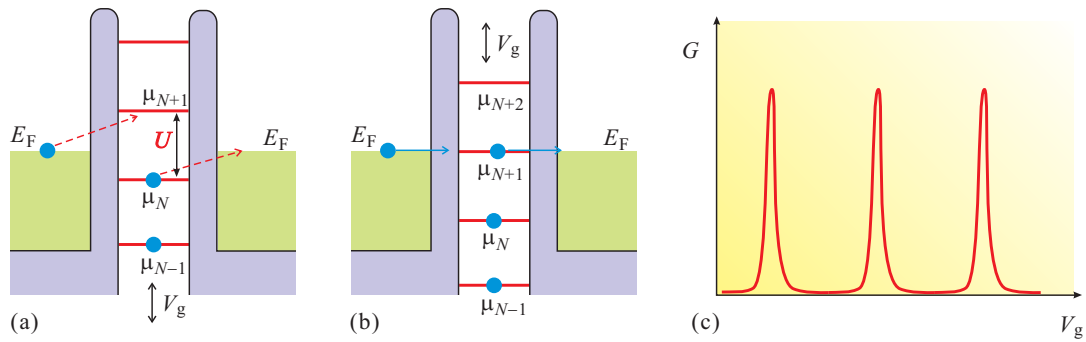


図 9.14 (a) 一定相互作用モデルを使って電気伝導を考える際の簡単な模式図．ドットの化学ポテンシャルは相互作用の大きさ U で等間隔に並ぶ．ソース・ドレインのフェルミ準位 E_F とこの等間隔ポテンシャルが一致していない時は，電子のトンネルに伴って有限なエネルギーが必要となり，トンネルは禁止される（クーロンブロックード）．(b) ゲート電圧 V_g によって離散的化学ポテンシャルがシフトし，そのどれかと E_F が一致するとトンネル，従って電気伝導が可能になる．(c) (a)，(b) の過程が繰り返される結果， V_g に対して量子ドット伝導度 G は等間隔の鋭いピークの連なりとなる（クーロン振動）．

と， N 個の電子を含むドットのクーロン相互作用は

$$E_{cN} = N C_2 U = \frac{N(N-1)U}{2} = \frac{U(N-1/2)^2}{2} - \frac{U}{8} \quad (9.80)$$

となる． $N \rightarrow N+1$ の変化に伴うクーロンエネルギー変化は

$$\Delta E_+(N) = (N-1)U \quad (9.81)$$

となる．他のエネルギーをすべて無視すると， $\Delta E_+(N)$ は N 番目の電子の電気化学ポテンシャルであり，(9.81) より，これは N に対して等間隔に並んでいる．

N 個の電子に対する量子ドットの電気化学ポテンシャルを μ_N とすると，電極と平衡な状態の電子数を N_0 として， $\mu_{N_0} < E_F < \mu_{N_0+1}$ である． μ_{N_0} が E_F と一致する時，電子は電極からドットにトンネルで入り込み，また抜け出ることができるので，量子ドットを通した，ソース・ドレイン電圧 (V_{sd} がゼロ付近の電気伝導度 ($G(0)$) は有限値を取る．それ以外の場合，ポテンシャル E_F の電子がドットにトンネルする，あるいはドット内の，ポテンシャル μ_{N_0} の電子が電極にトンネルする過程にはいずれも余分な有限のエネルギーが必要となり，温度揺らぎなどに比べてこの余分なエネルギーが十分大きければドット-電極間のトンネルが禁止される．これをクーロンブロックードと呼ぶ．図 9.14(a), (b) より， $G(0)$ が有限となる条件は V_g に対して等間隔で現れるから， $G(0)$ を測定しながら V_g を掃引すると，図 9.14(c) のように $G(0)$ のピークが等間隔に現れる．これをクーロン振動と呼ぶ．

6.2 2次元調和振動子ポテンシャル

2次元調和振動子を復習しておくとして，2次元面が xy 平面となるように座標軸を取り，面内の閉じ込めポテンシャル $V(x, y)$ と離散エネルギー固有値は， ω_0 を閉じ込め強さを表すパラメタ

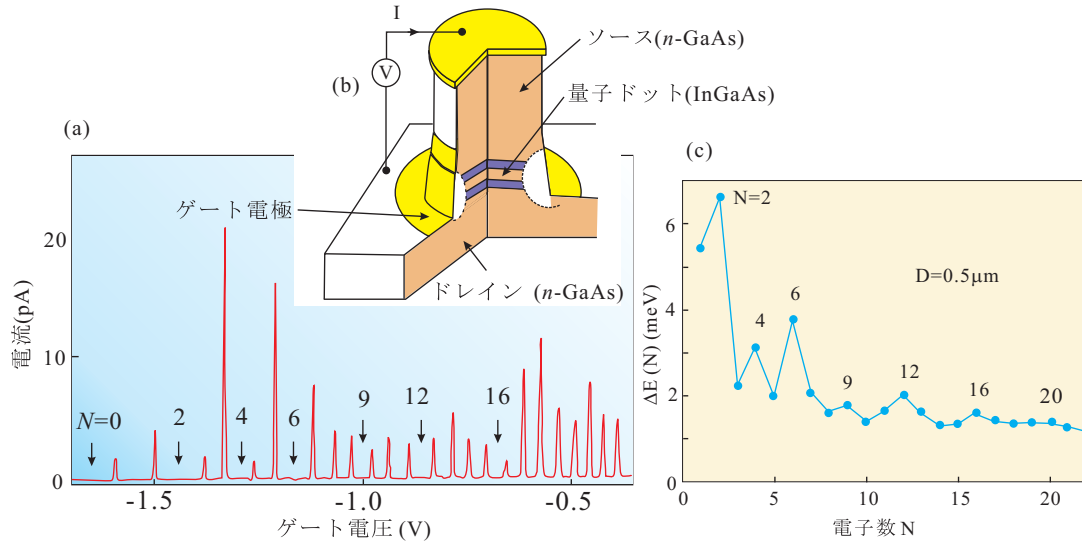


図 9.15 縦型量子ドット (構造模式図は (a) の挿入図) のクーロン振動. (a) ゲート電圧に対してドットの電流をプロットしたもので, $N = 0$ と記された所より負電圧側ではクーロンピークは生じない. (b) 電子数に対してクーロンピーク間隔をプロットした. データは, 文献 [?] より.

として

$$V(x, y) = \frac{m\omega_0}{2}(x^2 + y^2), \quad E_{n_h} = \hbar\omega(n_h + 1) \quad (n_h = 0, 1, 2, \dots) \quad (9.82)$$

と等間隔準位が得られる. 等方的ポテンシャルの束縛固有状態は, 角運動量子数 l と動径方向運動の量子数 n_r で指数付けすることができ, 上の場合, $n_h = 2n_r + |l|$ である. n_h に対して (n_r, l) の可能な組み合わせは $n_h + 1$ だけあるので, E_{n_h} はスピンを考えると $2(n_h + 1)$ 重に縮退している.

6.3 Fock-Darwin 状態

以上の基礎知識の下で, 磁場中の 2 次元調和振動子量子ドット状態を考えよう.

xy 面内を運動する 2 次元電子が原点を中心とする調和ポテンシャルを感じるとすると, ハミルトニアンは \mathbf{A} をベクトルポテンシャルとして,

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 + \frac{m}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \quad (9.83)$$

と書ける^{*3}. z 方向に磁場 B がかかっていると, 対称ゲージを取り $\mathbf{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$ とする. このように回転対称性のある系では, 対称ゲージを取るのが一般に取り扱いが楽である. 運動エネルギー項は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 \\ &= -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{ie\hbar B}{2m} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{e^2 B^2}{8m} (x^2 + y^2) \end{aligned} \quad (9.84)$$

^{*3} 後述の Zeeman 効果は無視している.

のように展開されるが、最後の項は調和ポテンシャルと同じ形をしているから、サイクロトロン周波数を $\omega_c = eB/m$ として

$$\Omega \equiv \sqrt{\omega^2 + (\omega_c/2)^2} \quad (9.85)$$

と定義することでポテンシャルに繰り込むことができる。また、(9.84) の第 2 項は、(??) より $\omega_c \hat{L}_z/2$ と書くことができるから、 \hat{H}_Ω を特性振動数 ω の 2 次元等方調和振動子ハミルトニアンとして

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{\Omega}{2m}(x^2 + y^2) + \frac{\omega_c \hat{L}_z}{2} = \hat{H}_\Omega + \frac{\omega_c \hat{L}_z}{2} \quad (9.86)$$

と、調和振動子ハミルトニアンと z 方向角運動量演算子との線形和の形に書き換えられる。

??節で見たように、2 次元調和振動子ハミルトニアンは \hat{L}_z と同时对角化が可能であるから、 \hat{H}_Ω と \hat{L}_z の同時固有状態を取れば、これは \hat{H} の固有状態になっている。これを、式 (??) のように角運動量子数 l と動径方向運動の量子数 n_r で指数付けすると、 (n_r, l) に対応する固有エネルギーは

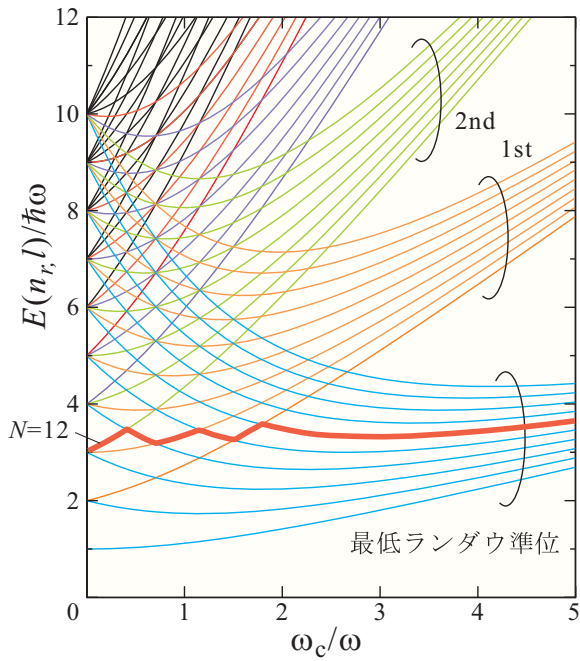
$$E(n_r, l) = \hbar\Omega(2n_r + |l| + 1) + \hbar\omega_c l/2 \quad (9.87)$$

である。ここで、 l として負の値も許すこととし、第 1 項の l に絶対値をつけた。これは、ゼロ磁場中では??節で見たように $L_z = \pm |l|\hbar$ の状態は縮退しているが、量子リングの場合と同様これは磁場により解け、この効果は、(9.86) の第 2 項に現れているので、これを、 l の符号として取り入れたものである。

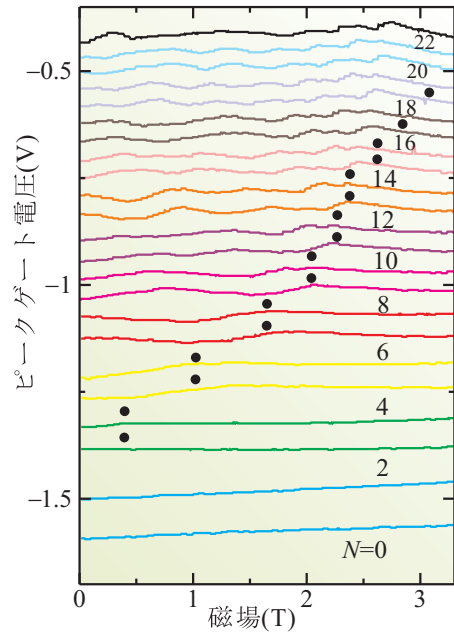
このように、調和振動子軌道に対する磁場の影響は、磁場と角運動量に比例する項 (第 2 項) と、振動数の変化として現れ、波動関数に定性的な変化は生じない。これは、自由電子に対する磁場の効果が調和ポテンシャル閉じ込めに類似しているからである。(9.87) のエネルギーを持つ固有状態をフォック-ダーウィン (Fock-Darwin) 状態と呼ぶ。 B が大きく $\omega_c \gg \omega$ で ω が無視できる場合は、(9.87) は $\hbar\omega_c(n_h + 1/2)$ となり、ランダウ準位と一致する。ただし、 n_h は $n_r + (|l| + l)/2$ である。すなわち、のランダウ準位指数 n はローレンツ軌道の角運動量子数と考えることもできる。

参考文献

- [1] 吉岡大二郎 「量子ホール効果」 (岩波書店, 1998)



(a)



(b)

図 9.16 (a) フォック-ダーウィン状態エネルギーを、零磁場で 10 番目の状態までについて磁場の関数として描いたもの。高磁場でランダウ準位へと収束する。収束先の準位によって色分けされている。赤く太い線は、電子数 $N = 12$ の基底状態が取るエネルギーをトレースしたもの。(b) 図 9.15 の量子ドットに垂直磁場を加えてクーロンピーク位置の動きを調べた結果。黒丸で示したのは、ジグザグ振動の最後のピーク位置を表す式 (??) を使い、 $N = 3 \sim 6$ のピーク位置に合うように ω を決めて計算した位置。