

# 「低温物理学」前半 レポート問題

2009.6.4

物性研究所 勝本信吾

下の問題から大2問以上を選んで答えなさい。大3問以上答えた場合には、点の良い方から2つを採択します。小問解答が散らばっていた場合、内容に応じて2ないし3小問分を大1問分と勘定することもあるかもしれません。締め切りは2009年8月31日とします。解答は、pdfファイルにして [katsissp.u-tokyo.ac.jp](mailto:katsissp.u-tokyo.ac.jp) までメール添付送付するか（この場合受け取りの返信を確認すること）、物性研究所 勝本信吾宛学内便ないし郵送してください。学内便は時間がかかることがあるので注意。

## 1. レーザー冷却

1. 原子気体のレーザー冷却で、Doppler 冷却の下限温度を決めている要因は何か？その要因によって決まる下限温度を求めよ。
2. 磁気光学トラップ (magneto-optical trap, MOT) の原理を説明せよ。
3. 上記の Doppler 冷却の下限を超えて冷却するにはどのような方法があるか。その方法の原理について説明せよ。また、その方法には原理的下限があるか？ある場合には、その要因とできれば下限温度を求めよ。

## 2. 超伝導

1. GL 理論を用いて、上部臨界磁場  $H_{c2}$  が、熱力学的臨界磁場  $H_c$  を用いて

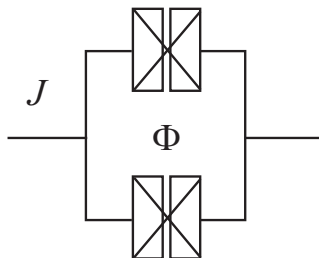
$$H_{c2} = \sqrt{2\kappa}H_c$$

と書けることを示しなさい。但し、 $\kappa$  は GL パラメタである。これより、超伝導体が第 II 種となるための条件を求めなさい。

2. 下の図のように、同じパラメタを持つ Josephson 接合を 2 つ並列に超伝導接続する。ループ中に外部磁束  $\Phi$  を加えたとする。この時、この並列系の最大 (臨界) 電流  $J_m$  は 1 つの接合の臨界電流を  $J_c$  として

$$J_m = 2J_c \left| \cos \left( \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right|$$

で与えられることを示しなさい。



### 3. 単電子トンネリング

1. 微小トンネル接合において，2つの電極の間の「位相差」を

$$\theta = \frac{e}{h} \int_0^t V(\tau) d\tau$$

で定義しよう． $V(t)$  は時刻  $t$  の電極間の電位差で， $t = 0$  で  $q = 0$  とした（今，超伝導は考えていないので電荷が  $e$  であることに注意．）この時， $\theta$  と電極間でやり取りされる電子の数  $n$  とを量子力学的演算子として扱ったとき，その間には

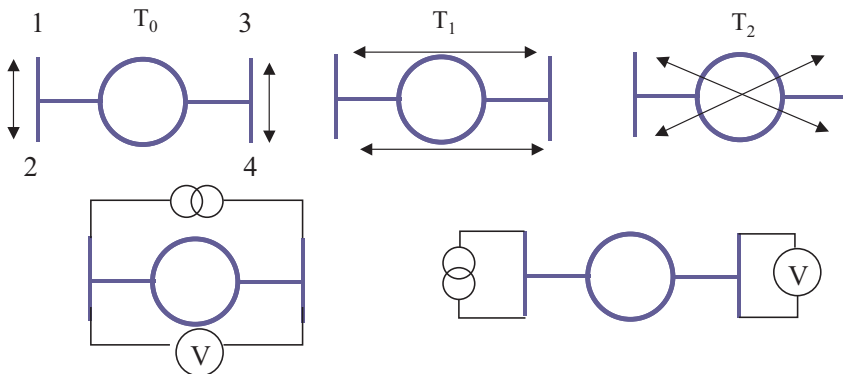
$$[n, \theta] = -i$$

という交換関係が成立することを示せ．

2. 単電子トランジスタ構造を考えよう．ソース，ドレインにはそれぞれ  $V/2$ ， $-V/2$  の電圧がかかっている．ゲート電圧を  $V_G$  とする．中央の Coulomb 島の電子数が増減するトンネル過程は4つ考えられる．それぞれのトンネル過程に対応する Gibbs 自由エネルギーの変化を計算せよ．これより， $V = V_G = 0$  を中心とする Coulomb ダイヤモンドを描け．

### 4. コヒーレント伝導

1. Landauer-Büttiker 公式を用いて，透過率  $T$  の量子細線に対する4端子コンダクタンスを与える表式（いわゆる4端子 Landauer 公式）を求めなさい．
2. AB リングに対して，次の図のような近似を行ったとき，通常4端子抵抗  $R_c$  と非局所4端子抵抗  $R_{nl}$  はどのように表されるか．ただし， $T_0 \gg T_1, T_2$  という近似を使いなさい．



上の図の意味：左上:端子 1-2 と 3-4 間の透過率が  $T_0$ ．中，右も同様に，1-3，2-4 の透過率が  $T_1$ ，1-4，2-3 の透過率が  $T_2$  であることを表す．下の左は通常の抵抗測定  $R_c$ ，右は非局所抵抗測定  $R_{nl}$ ．（ずれた円が2個重なっているのは定電流電源，円中に V の字があるのは電圧計の記号．）